

PACS numbers: 05.45.Df, 61.46.Km, 64.60.al, 75.40.Mg, 75.60.Ch, 75.75.Fk

Фрактальна геометрія доменної стінки з Блоховою точкою в циліндричному ферромагнетному нанодроті

А. Б. Шевченко, О. Б. Мельник, О. В. Олійник

*Інститут металофізики ім. Г. В. Курдюмова НАН України,
бульв. Акад. Вернадського, 36,
03142 Київ, Україна*

В даній статті показано, що магнетна структура центральної площини доменної стінки, яка містить Блохову точку, циліндричного ферромагнетного нанодроту формується у відповідності до фрактальної геометрії. Алгоритм розбудови фракталу визначається напрямками та кіральністю базисних векторів примітивної вихрової комірки, яку розташовано поблизу області локалізації ядра Блохової точки. Даний висновок обґрунтовує узагальнення результатів стосовно структурних властивостей та передбачених на їхній основі динамічних властивостей Блохової точки, що досліджувалися шляхом магнетного моделювання в різних нанодротах.

As shown, the magnetic structure of the central area of the domain wall that contains the Bloch point of a cylindrical ferromagnetic nanowire is formed in accordance with fractal geometry. The algorithm for constructing of fractal is determined by the directions and chirality of the basis vectors of a primitive vortex cell that located near the localization region of the core of the Bloch point. This conclusion justifies the generalization of the results on the structural properties and their-basis-obtained dynamic ones of the Bloch point, which were studied with magnetic modelling in various nanowires.

Ключові слова: циліндричний ферромагнетний нанодріт, доменна стінка, Блохова точка, магнетна структура, примітивна вихрова комірка, фрактал.

Key words: cylindrical ferromagnetic nanowire, domain wall, Bloch point, magnetic structure, primitive vortex cell, fractal.

(Отримано 19 жовтня 2023 р.)

1. ВСТУП

Стрімкий розвиток сучасних нанотехнологій зумовлює дослідження протяжних феромагнетних матеріалів, серед яких особливе місце відіграють нанорозмірні циліндричні дроти. Використання даних систем визначає перспективи одержання модерних практик і приладів, яким властиві нові унікальні можливості. Так, зокрема, в циліндричних феромагнетних нанодротах (ФН), за певних умов (див. статті [2, 3]), можуть утворюватися нанорозмірні вихрові квазічастинки — скірміони [4–6], застосування яких відкриває шлях до посткремнієвої електроніки та «зелених» центрів обробки інформації.

Зауважимо, що, поряд із скірміонами, у циліндричних ФН виникають також і Блохові точки (БТ), динамічна поведінка яких впливає на властивості скірміонів. З математичної точки зору БТ являє точковий солітон («магнетний їжак»), який за відсутності зовнішніх магнетних полів міститься у центрі доменної стінки (ДС) нанодроту та має (до речі, як і скірміон) циліндричну симетрію [7]. Крім того, магнетна структура БТ характеризується ядром і перехідною областю [8]. У такому випадку її можна класифікувати як магнетну наноцятку [9]. Це робить БТ саму по собі вельми цікавим об'єктом для використання в різних наномагнетних пристроях.

Отже, актуальною є задача вивчення властивостей БТ, насамперед, структурних і динамічних. Велика кількість робіт, присвячена цій проблематиці (див. бібліографію у [10]), ґрунтується на застосуванні чисельного методу ‘micromagnetic simulation’ щодо циліндричних нанодротів заданого хемічного складу. Одержані результати узагальнюються й на інші за складом і масштабами ФН. Вочевидь, що такий формалізм дослідження потребує відповідного обґрунтування, яке може бути здійснено в рамках фрактальної геометрії, позаяк саме цей підхід в силу свого міждисциплінарного характеру відображує найзагальніші принципи конструювання різноманітних систем, які, в свою чергу, визначаються відповідним алгоритмом. Побудові фрактального алгоритму формування магнетної структури ДС із Блоховою точкою у циліндричному ФН й присвячено дану роботу.

2. ПОСТАНОВКА ТА ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Будемо розглядати ДС з Блоховою точкою, використовуючи модель, який був запропонований і розвинутий в роботах [1, 7]. Даний модель визначає поведінку вектора намагнетованості $\mathbf{M}$ в площині центрального перерізу ДС (рис. 1) і в малому околі її центру вздовж довгої осі нанодроту.

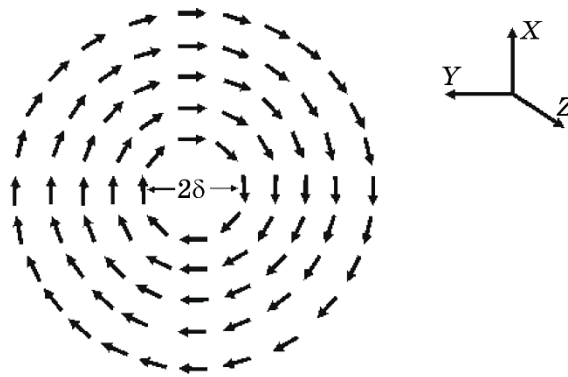


Рис. 1 [1]. Розподіл векторів намагнетованості в центральній площині ДС. Стрілочками вказано напрямки векторів $\mathbf{M}$. Блохову точку локалізовано в центрі ДС; її характерний розмір — 2δ . Вісь OZ направлено вздовж довгої осі нанодроту. Подібні структури одержуються шляхом використання ‘micromagnetic simulation’ у різних за хемічним складом циліндричних ФН (див. роботи, вказані в монографії [10]).¹

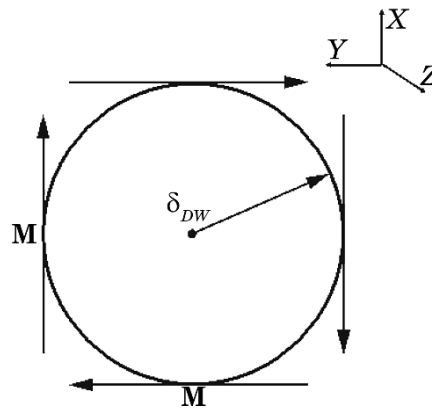


Рис. 2. [1]. Примітивна вихрова комірка ДС з Блоховою точкою. Напрямки її базисних векторів $\mathbf{M}$ визначають магнетну структуру та кіральність ДС. Осі OX і OY Декартової системи координат направлено вздовж просторових напрямків $\mathbf{M}$. Параметер $\delta_{DW} = \delta/\sqrt{\pi}$ визначає область локалізації ядра БТ. Він збігається з параметром ширини ДС.²

Такий підхід до певної міри спрощує розгляд поставленої задачі. Разом з тим він уможливорює встановити фрактальну природу магнетної будови ДС з Блоховою точкою. Дійсно, як зазначено в роботі [1], розбудова магнетної структури у центральній площині ДС відбувається шляхом просторової трансляції в площині XOY базисних векторів намагнетованості примітивної вихрової комірки.

ки (ПВК), яку розташовано між ядром і перехідною областю БТ (рис. 2), з подальшим розворотом векторів $\mathbf{M}$ між квадрантами осей Декартової системи координат. Така операція відображає вплив енергії розмагнетування циліндру на поведінку векторів намагнетованості. Напрямок розвороту $\mathbf{M}$ визначає кіральність Блохової точки [11, 12]. Врахуємо також обмінну енергію, характерний радіус впливу якої дорівнює ефективному радіусу Блохової точки δ , де $\delta = (A/M^2)^{1/2}$, A — стала обміну матеріалу нанодроту [7]. Це означає, що вектори намагнетованості знаходяться у центрах щільнопакованих комірок колової форми, радіус яких складає δ . Вектор $\mathbf{M}$ спрямовано вздовж дотичної до кола, що проходить крізь центр комірки, з урахуванням кіральності базисних векторів ПВК.

Таким чином, нами сформульовано необхідні передумови для побудови фрактальної геометрії ДС з Блоховою точкою, у відповідності до яких перше ітераційне коло має вигляд, зображений на рис. 3. Неважко переконатися, що кількість комірок з векторами $\mathbf{M}$ складає 4. Напрямки векторів намагнетованості в даній комірці визначаються напрямками базисних векторів ПВК, тобто до певної міри перше коло фракталу відображає ПВК.

Подальші, достатньо прості геометричні міркування та нескладні обчислення уможливають нам установити характеристики наступних ітераційних кіл фракталу (див. табл., а також рис. 4 і рис. 5), кількість яких n пов'язана із величиною радіуса нанодроту a наступним чином:

$$a = (2n + 1)\delta. \quad (1)$$

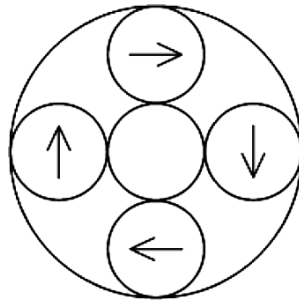
У таблиці N — кількість нових комірок фракталу, яка визначалася за формулою

$$N = 4 \left[\pi / \{ 4 \arctg((2n)^{-1}) \} \right], \quad (2)$$

де квадратні дужки [...] означають цілу частину числа ..., $\varphi = 2\pi/N$ — азимутальний кут між центрами сусідніх комірок (рис. 5), а $R = 4n\delta \sin \varphi/2$ — відповідну віддаль.

Зауважимо, що після визначення N комірки рівномірно розташовуються у квадрантах кілець, утворених сусідніми ітераційними колами. Необхідний для цього просторовий надлишок виникає внаслідок операції знаходження цифр цілого числа. Саме таке розташування комірок і відображає кут φ .

Аналіза наведених у таблиці значень R показує, що ці величини утворюють немонотонну послідовність. Разом з тим, використовуючи формулу (2), неважко переконатися, що існує границя $\lim R \rightarrow 2\delta$ при $n \gg 1$. У відповідності до засадничих положень


 Рис. 3. Перше ітераційне коло фракталу; $n = 1$, $N = 4$.³

 ТАБЛИЦЯ.⁴

n	N	φ	R
1	4	$\pi/2$	2.83δ
2	12	$\pi/6$	2.07δ
3	16	$\pi/8$	2.34δ
4	24	$\pi/12$	2.1δ
5	28	$\pi/14$	2.24δ
6	36	$\pi/18$	2.09δ

математичної аналізи це означає, що поза малим оточенням точки 2δ міститься скінченна кількість членів даної послідовності, частину з яких і представлено у таблиці.

Відмітимо, що у загальному випадку фрактальна геометрія задачі ускладнюється, характеризуючись вже кількома алгоритмами розбудови: один реалізується у центральній площині ДС, інший відповідає прилеглим до неї областям. Подібні структури класифікують як мультифрактальні. Їм властива низка поворотів і скейлінгових трансформацій та ієрархічність розбудови [13].

Визначимо розмірність фракталу. Для цього врахуємо, що ДС із Блоховою точкою утворюється у ФН, радіус яких задовольняє співвідношенню $\ln a/\delta \geq \pi$ [7], тобто для $a \gg \delta$ (для $a \geq \delta$ у циліндричному ФН реалізується поперечна ДС; див. роботи [14–17]). Таке наближення дає змогу нам розглядати комірки, в яких знаходяться вектори $\mathbf{M}$, у якості малих кіл, які щільно, відповідно до алгоритму (2) покривають задану множину точок. Тоді, у відповідності до монографії [18], визначаємо D_M — розмірність фракталу в сенсі Мінковського:

$$D_M = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(N(\varepsilon))}{\ln(\varepsilon)}, \quad (3)$$

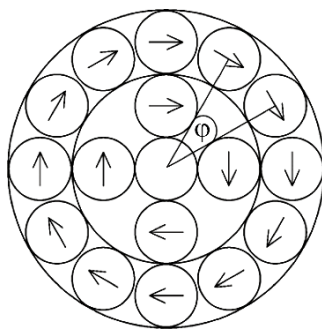


Рис. 4. Друге ітераційне коло фракталу; $n = 2$, $N = 12$. Кут φ утворено радіусами-векторами центрів сусідніх комірок.⁵

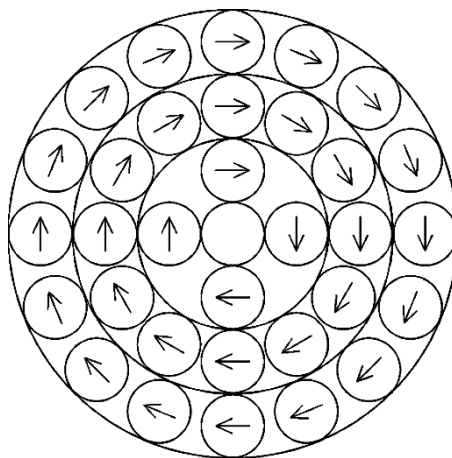


Рис. 5. Третє ітераційне коло фракталу; $n = 3$, $N = 16$.⁶

де $\varepsilon = \delta/a$.

Використовуючи співвідношення (1)–(3), знаходимо $D_M = 1$. Даний результат відображає особливості геометричної будови фракталу. Відсутність у нього перетворень масштабу на кшталт розтягу, стиску, вирізування, вставки та ін. У нашому випадку має місце лише трансляція ітераційних кіл і щільне компактування їх комірок з векторами $\mathbf{M}$ (у відповідності до кіральності ПВК), якому, у разі граничного переходу $a \gg \delta$, відповідає топологічна розмірність, що дорівнює 1. Даний факт і проявляється в значенні D_M . Водночас, сам фрактал, звичайно, являє $2D$ -геометричну множину точок.

Знайдемо щільність пакування η комірок у фракталі. Вочевидь, що її можна визначити наступним чином:

$$\eta = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \{N(\varepsilon)/(4/\varepsilon)\}. \quad (4)$$

Використовуючи співвідношення (1), (2), із (4) знаходимо:

$$\eta = \pi/4 \cong 0,75. \quad (5)$$

Одержане значення відповідає достатньо високій щільності пакування векторів $\mathbf{M}$ поблизу поверхні ФН. На це також вказує і величина віддалі між центрами сусідніх комірок: $\varepsilon \rightarrow 0$, $R \rightarrow 2\delta$ (див. вище). Такі значення R свідчать про наявність у даній області обмінної взаємодії Ізінґового типу між магнетними комірками. Її енергія разом із енергією розмагнетування нанодроту зумовлюють укладання векторів $\mathbf{M}$ вздовж поверхні нанодроту.

Слід також відмітити, що оцінка (5) є меншою за максимально можливу щільність пакування кіл на поверхні — 0,9, яка досягається розміщенням центрів кіл у вершинах правильного шестикутника [19].

Таким чином нами показано, що магнетна структура ДС з Блоховою точкою являє собою фрактал, розмірність і щільність пакування якого не залежать від матеріяльних характеристик ФН (радіуса нанодроту, намагнетованості, сталої обміну), тобто циліндричні ФН фізично подібні один до одного та не розрізняються за своїми властивостями. Це означає, що результати, одержані на основі моделювання магнетної структури ДС, яка містить Блохову точку, для відмінних за хемічним складом і розмірами нанодротів, зокрема й шляхом використання чисельного методу ‘micromagnetic simulation’, дійсно, розповсюджуються на всю царину циліндричних ФН.

Зауважимо, що даний висновок дає підставу для застосування принципу скейлінгової інваріантності й до процесів динаміки БТ у різних за утворенням, але однакових за симетрією магнетних наносистемах. Наприклад, переміщення БТ вздовж скіrmіонної трубки циліндричного ФН можна розглядати як масштабне перетворення руху БТ вздовж ДС циліндричної магнетної домени [20], звичайно, з урахуванням можливих квантових ефектів [21]. На користь такого припущення вказує також і однаковість (за порядком величини) ефективних мас БТ в цих об’єктах (див. роботи [1] і [8]).

3. ВИСНОВКИ

Запропоновано фрактальний алгоритм розбудови магнетної структури ДС з Блоховою точкою в циліндричному ФН. Визначено розмірність і щільність пакування складових елементів фракталу. Даний формалізм узагальнює наявні результати чисельного

моделювання з означеного питання.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Andriy Shevchenko and Maksym Barabash, *Physica B: Condensed Matters*, **668**: 415117 (2023); <https://doi.org/10.1016/j.physb.2023.415117>
2. Hans-Benjamin Braun, *J. Appl. Phys.*, **85**, No. 8: 6172 (1999); <https://doi.org/10.1063/1.370034>
3. Michalis Charilaou, *APL Mater*, **10**, No. 7: 071103 (2022); <https://doi.org/10.1063/5.0097610>
4. A. Bogdanov and A. Hubert, *JMMM*, **138**, No. 3: 255 (1994); [https://doi.org/10.1016/0304-8853\(94\)90046-9](https://doi.org/10.1016/0304-8853(94)90046-9)
5. U. K. Rößler, A. N. Bogdanov, and C. Pfleiderer, *Nature*, **442**: 797 (2006); <https://doi.org/10.1038/nature05056>
6. S. Mühlbauer, B. Binz, F. Jonietz, C. Pfleiderer, A. Rosch, A. Neubauer, and P. Böni, *Science*, **323**, No. 5916: 915 (2009); <https://doi.org/10.1126/science.1166767>
7. A. B. Shevchenko and M. Yu. Barabash, *Appl. Nanosci.*, **12**, No. 5: 1747 (2022); <https://doi.org/10.1007/s13204-022-02397-7>
8. Ю. А. Куфаев, Э. Б. Сонин, *ЖЭТФ*, **95**, № 4: 1523 (1989).
9. А. П. Пятаков, А. С. Сергеев, Е. П. Николаева, Т. Б. Косых, А. В. Николаев, К. А. Звездин, А. К. Звездин, *УФН*, **185**, № 10: 1077 (2015); <https://doi.org/10.3367/UFNr.0185.201510k.1077>
10. Andriy Shevchenko, Maksym Barabash, Anatolii Minitskyi, and Andrii Kushko, *Magnetic Solitons in Extended Ferromagnetic Nanosystems Based on Iron and Nickel: Quantum, Thermodynamic, and Structural Effects* (Cham, Switzerland: SpringerBriefs in Materials: 2023); <https://doi.org/10.1007/978-3-031-40430-6>
11. А. Малоземов, Дж. Слонзуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами* (Москва: Мир: 1982) (пер. з англ.).
12. O. V. Pylypovskyi and D. D. Sheka, *Phys. Rev. B*, **85**, No. 22: 224401 (2012); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.224401>
13. С. В. Терехов, *Фракталы и физика подобия* (Донецк: Цифровая типография: 2011).
14. R. Wieser, U. Nowak, and K. D. Usadel, *Phys. Rev. B*, **69**, No. 6: 0644401 (2004); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.69.064401>
15. R. Moreno, V. L. Carvalho-Santos, D. Altbir, and O. Chubykalo-Fesenko, *JMMM*, **542**: 168495 (2022); <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2021.168495>
16. A. B. Shevchenko, M. Yu. Barabash, and I. M. Zabolotnyi, *Results in Phys.*, **16**: 102988 (2020); <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2020.102988>
17. A. B. Shevchenko, M. Yu. Barabash, O. V. Oliynyk, and O. V. Stepanov, *Results in Phys.*, **44**: 106133 (2023); <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2022.106133>
18. А. Е. Кононюк, *Дискретно-непрерывная математика (Поверхности)*, (Київ: Освіта України: 2016), кн. 6, ч. 2.
19. L. F. Tyth, *Math. Zeitschrift*, **48**: 676 (1943).
20. V. L. Dorman, V. L. Sobolev, and A. B. Shevchenko, *JMMM*, **124**, Nos. 1–2: 221 (1993); [https://doi.org/10.1016/0304-8853\(93\)90091-F](https://doi.org/10.1016/0304-8853(93)90091-F)
21. А. Б. Шевченко, *Успехи физ. мет.*, **2**, № 2: 115 (2018);

doi:10.15407/ufm.19.02.115

REFERENCES

1. Andriy Shevchenko and Maksym Barabash, *Physica B: Condensed Matters*, **668**: 415117 (2023); <https://doi.org/10.1016/j.physb.2023.415117>
2. Hans-Benjamin Braun, *J. Appl. Phys.*, **85**, No. 8: 6172 (1999); <https://doi.org/10.1063/1.370034>
3. Michalis Charilaou, *APL Mater*, **10**, No. 7: 071103 (2022); <https://doi.org/10.1063/5.0097610>
4. A. Bogdanov and A. Hubert, *JMMM*, **138**, No. 3: 255 (1994); [https://doi.org/10.1016/0304-8853\(94\)90046-9](https://doi.org/10.1016/0304-8853(94)90046-9)
5. U. K. Röbler, A. N. Bogdanov, and C. Pfleiderer, *Nature*, **442**: 797 (2006); <https://doi.org/10.1038/nature05056>
6. S. Mühlbauer, B. Binz, F. Jonietz, C. Pfleiderer, A. Rosch, A. Neubauer, and P. Böni, *Science*, **323**, No. 5916: 915 (2009); <https://doi.org/10.1126/science.1166767>
7. A. B. Shevchenko and M. Yu. Barabash, *Appl. Nanosci.*, **12**, No. 5: 1747 (2022); <https://doi.org/10.1007/s13204-022-02397-7>
8. Yu. A. Kufaeu and E. B. Sonin, *Sov. Phys. JETP*, **68**, No. 4: 879 (1989).
9. A. P. Pyatakov, A. S. Sergeev, E. P. Nikolaeva, T. B. Kosykh, A. V. Nikolaev, K. A. Zvezdin, and A. K. Zvezdin, *Phys. Usp.*, **58**, No. 10: 981 (2015); <https://doi.org/10.3367/UFNr.0185.201510k.1077>
10. Andriy Shevchenko, Maksym Barabash, Anatolii Minitskyi, and Andrii Kushko, *Magnetic Solitons in Extended Ferromagnetic Nanosystems Based on Iron and Nickel: Quantum, Thermodynamic, and Structural Effects* (Cham, Switzerland: SpringerBriefs in Materials: 2023); <https://doi.org/10.1007/978-3-031-40430-6>
11. A. P. Malozemoff and J. C. Slonczuski, *Domennyie Stenki v Materialakh s Tsilindricheskimi Magnitnymi Domenami* [Magnetic Domain Walls in Bubble Materials] (Moscow: Mir: 1982) (Russian translation).
12. O. V. Pylypovskyi and D. D. Sheka, *Phys. Rev. B*, **85**, No. 22: 224401 (2012); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.224401>
13. S. V. Terekhov, *Fraktaly i Fizika Podobiya* [Fractals and Similarity Physics] (Donetsk: Tsifrovaya Tipografiya: 2011) (in Russian).
14. R. Wieser, U. Nowak, and K. D. Usadel, *Phys. Rev. B*, **69**, No. 6: 0644401 (2004); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.69.064401>
15. R. Moreno, V. L. Carvalho-Santos, D. Altbir, and O. Chubykalo-Fesenko, *JMMM*, **542**: 168495 (2022); <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2021.168495>
16. A. B. Shevchenko, M. Yu. Barabash, and I. M. Zabolotnyi, *Results in Phys.*, **16**: 102988 (2020); <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2020.102988>
17. A. B. Shevchenko, M. Yu. Barabash, O. V. Oliynyk, and O. V. Stepanov, *Results in Phys.*, **44**: 106133 (2023); <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2022.106133>
18. A. E. Kononyuk, *Diskretno-Nepreryvnaya Matematika (Poverkhnosti)* [Discrete-Continuous Mathematics (Surfaces)] (Kyiv: Osvita Ukrainy: 2016), vol. **6**, pt. 2 (in Russian).
19. L. F. Tyth, *Math. Zeitschrift*, **48**: 676 (1943).
20. V. L. Dorman, V. L. Sobolev, and A. B. Shevchenko, *JMMM*, **124**, Nos. 1–

2: 221 (1993); [https://doi.org/10.1016/0304-8853\(93\)90091-F](https://doi.org/10.1016/0304-8853(93)90091-F)

21. A. B. Shevchenko, *Usp. Fiz. Met.*, **2**, No. 2: 115 (2018) (in Russian);
[doi:10.15407/ufm.19.02.115](https://doi.org/10.15407/ufm.19.02.115)

*G. V. Kurdyumov Institute for Metal Physics, N.A.S. of Ukraine,
 36, Acad. Vernadsky Blvd.,
 UA-03142 Kyiv, Ukraine*

¹ **Fig. 1** [1]. Magnetization vectors distribution in the central plane of the *DW*. The arrows indicate the directions of the vectors **M**. Bloch point is located in the centre of the *DW*; its characteristic size is 2δ . The axis *OZ* is directed along the long axis of the nanowire. Similar structures are obtained with using ‘micromagnetic simulation’ in cylindrical ferromagnetic nanowires of various chemical compositions (see the works pointed out in the monograph [10]).

² **Fig. 2** [1]. Primitive vortex cell of the *DW* with Bloch point. The directions of its basis vectors **M** determine the magnetic structure and chirality of the *DW*. The *OX* and *OY* axes of the Cartesian co-ordinate system are oriented along spatial directions of vectors **M**. Parameter $\delta_{DW} = \delta/\sqrt{\pi}$ determines the localization area of Bloch point core. It coincides with the *DW*-width parameter.

³ **Fig. 3**. The first iterative circle of the fractal; $n = 1$, $N = 4$.

⁴ **TABLE**.

⁵ **Fig. 4**. The second iterative circle of the fractal; $n = 2$, $N = 12$. The angle φ is formed by the radius-vectors of neighbouring cells.

⁶ **Fig. 5**. The third iterative circle of the fractal; $n = 3$, $N = 16$.