

PACS numbers: 71.15.-m, 71.30.+h, 72.10.Bg, 72.80.Vp, 73.22.Pr, 73.63.-b, 81.05.ue

Теоретична метода визначення графенових фізичних параметрів

Ю. І. Андрусишин

*ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника»,
вул. Шевченка, 57,
76018 Івано-Франківськ, Україна*

Детальною аналізою методи розрахунку графенових параметрів встановлено взаємозв'язок між концентрацією носіїв струму та напругою за криву. Розглянуто різні механізми розсіяння носіїв у графеновій ґратниці та рухливість, яку вони спричиняють. Практична сторона одержаних результатів показує, як контролювати можливу графенову електропровідність, змінюючи значення хемічного потенціалу.

By means of the detailed analysis of method for calculating the graphene parameters, the relationship between the current-carriers' concentration and the gate voltage is established. Different mechanisms of carriers' scattering in graphene and the mobility they cause are considered. The practical side of the obtained results shows how to control the possible electrical conductivity of graphene by means of changing the chemical-potential value.

Ключові слова: рухливість, електропровідність, Моттів механізм, термоелектрична потужність, термоелектрична оцінка.

Key words: mobility, electrical conductivity, Mott mechanism, thermoelectric power, thermoelectric evaluation.

(Отримано 9 березня 2021 р; після доопрацювання — 22 березня 2021 р.)

1. ВСТУП

Серед твердих мастильних матеріалів і наповнювачів композитів на основі Карбону (сажа, кокс, природні та штучні графіти тощо) графен найменш досліджено за трибологічними властивостями.

Теоретичні дослідження графенових шарів розпочалися задовго до того, як були одержані практично зразки матеріалів. Двови-

мірну форму вуглецю, теоретично описану понад 60 років тому, довго неможливо було одержати на практиці, оскільки вважалося, що двовимірні кристали не можуть існувати через свою нестабільність.

У 2004 році було одержано та відновлено графенову структуру [1, 2]. Графен має унікальні електронні й оптичні властивості для застосування в широкому діапазоні робочих частот, починаючи від радіочастот, мікрохвиль і закінчуючи оптичним діапазоном [3–5].

Метою даного дослідження є обчислення поверхневої провідності графенового моношару, яка визначається за формулами Кубо та Мотта, у моделю, який враховує внутрішньоланцюгову та міжзонну провідність, за різних значень хемічного потенціалу.

2. ТЕОРЕТИЧНА МЕТОДИКА

Графен — шар атомів Карбону, з'єднаних спіновими зв'язками в двовимірній гексагональній кристалічній ґратниці, віддаль між двома сусідніми атомами Карбону становить 0,142 нм.

Атом Карбону має шість електронів, розподілених по орбіталях у вигляді $1s^2 2s^2 2p^2$. Внутрішні електрони $1s$ «нейтральні» і не беруть участі в утворенні хемічних зв'язків. Орбіталі $2s$, $2p_x$, $2p_y$ гібридизуються, утворюючи три нові орбіталі $2sp$ у площині xy , кожна з яких містить один електрон. Ці орбіталі орієнтовані по лініях, що виходять від ядра та знаходяться під кутом у 120° градусів один від одного. Саме ці орбіталі сусідніх атомів утворюють міцні σ -зв'язки, які визначають шестикутник як основу графенової ґратниці. Ці ж зв'язки визначають, зокрема, графенові механічні властивості та виняткову цупкість [6].

Однак все ще існує й ортогональна до площини атомів Карбону орбітальна «сила» $2p_z$. Такі орбіталі різних атомів утворюють π -зв'язки, які в графіті відповідають за слабкі Ван дер Ваальсові сили між площинами. На кожні дві орбіталі $2p_z$ є один електрон; тому в ізольованому графеновому шарі є однаковий електрон у кожному вузлі ґратниці. Такі системи називаються напівзаповненими (адже загалом в одному енергетичному стані можуть бути два електрона, які відрізняються спінами). Рівні $2p_z$ -орбіталі викликають дивовижні графенові електронні властивості.

Графенова кристалічна ґратниця — це сукупність двох взаємоз'єднаних ґратниць Браве з атомів С (типу А і В) з елементарною коміркою у вигляді звичайного ромбу (рис. 1). Період цієї ґратниці становить $a = a_0\sqrt{3} \approx 2,46 \text{ \AA}$ [6], де довжина зв'язку між двома сусідніми атомами Карбону $a_0 = 1,42 \text{ \AA}$. Графенова Бріллюенова зона — це правильний шестикутник зі стороною $4/(3a)$ (рис. 2).

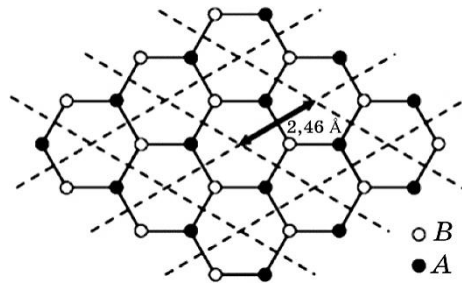


Рис. 1. Графенова елементарна комірка (з нееквівалентними вузлами A і B) та вектор ґратниці Браве [5].¹

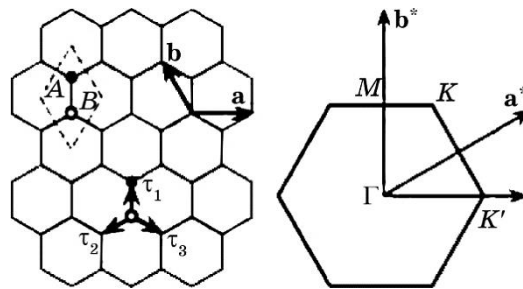


Рис. 2. Елементарна комірка та перша Бріллюєнова зона [6].²

Нульова маса носіїв заряду у графеновій ґратниці визначає їхню надзвичайно високу рухливість — параметер, що характеризує придатність матеріалу для використання в електроніці.

3. РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

3.1. Розрахунки електропровідності

Чинником, що визначає аналогові застосування, є крутість характеристики $j(V_G)$, яка, як правило, стає нескінченною поблизу граничної напруги, коли температура спадає до нуля. Високий нахил характеристик транзистора, обчислений нами за кімнатної температури, походить від стрибка провідності за нульової температури.

Якщо за нульової температури стрибок провідності дорівнює ΔG , то похідну провідності в точці стрибка за ненульової температури можна оцінити як [7]

$$\frac{dG}{dV_G} = \frac{\Delta G}{\Delta V_G}. \quad (1)$$

Також маємо вираз для концентрації носіїв заряду:

$$\sum(|e|\varphi, T) = \frac{2}{\pi\hbar^2 v^2} \int_{q_{\min}}^{\infty} \left(1 + \exp \left\{ \frac{(q - q_{\min})^2}{2m v_F^2 T} - 1 \right\} \right)^{-1} q dq, \quad (2)$$

де m — ефективна маса електрона, визначена співвідношенням

$$m_e^* = m_0 \left[1 + E_p \frac{E_g + 2\Delta / 3}{E_g (E_g + \Delta)} \right]^{-1}. \quad (3)$$

Для зазначених вище конструктивних параметрів (температура виражається в електрон-вольтах)

$$\Delta(|e|V_G) = 4,266T + 0,8775\sqrt{T}, \quad (4)$$

$$\frac{dG}{dV_G} = \frac{\Delta G(T = 0 \text{ К})}{4,266T + 0,8775\sqrt{T}}. \quad (5)$$

Оцінка виявляється дуже точною; на рис. 3 і в табл. 1 показано порівняння нахилу, розрахованого за розрахунковою формулою (пунктирна лінія), зі значеннями, одержаними з точних чисельних розрахунків.

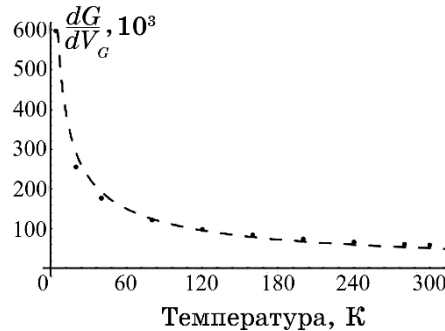


Рис. 3. Порівняння розрахункової характеристики (пунктирна лінія) з точними чисельними розрахунками (точки).³

ТАБЛИЦЯ 1.⁴

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{dG}{dV_G}$	600	248	195	132	105	98	91	88	87	87,5
$T, \text{ К}$	5	20	35	70	120	165	200	240	270	300

Зауважимо, що присутність доданка, пропорційного \sqrt{T} , у знаменнику знову зумовлено наявністю ізотропного зсуву вздовж осі імпульсу в спектрі двовимірної графенової ґратниці. Можна було припустити, що для одержання нахилу характеристики за ненульової температури достатньо буде розділити величину стрибка на T ; ця метода працює, наприклад, для оцінки розподілу Фермі.

3.2. Розрахунки електропровідності

Графенів моношар характеризується поверхневою провідністю, визначеною за формулою Кубо [3]:

$$\sigma_s(\omega, \mu_c) = \frac{-ie^2 k_B T}{\pi \hbar^2 (\omega - i2\Gamma)} \left(\frac{\mu_c}{k_B T} + 2 \ln \left(\exp \left(-\frac{\mu_c}{k_B T} \right) + 1 \right) \right) - \frac{ie^2 (\omega - i2\Gamma)}{\pi \hbar^2} \int_0^\infty \frac{\left(\exp \left(-\frac{\xi + \mu_c}{k_B T} \right) + 1 \right)^{-1} - \left(\exp \left(\frac{\xi - \mu_c}{k_B T} \right) + 1 \right)^{-1}}{(\omega - i2\Gamma)^2 - (2\xi/\hbar)^2} d\xi, \quad (6)$$

де $\omega = 2\pi f$ — частота, $\mu = 0-1$ еВ — хемічний потенціал (1 еВ = $1,602 \cdot 10^{-19}$ Дж), $\Gamma = 10^{12}$ с $^{-1}$ — фактор релаксації, T — температура (= 300 К), $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — Больцманнова стала, $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$ — Планкова стала, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ К — заряд електрона.

Залежність провідності двовимірного графенового шару від частоти в діпазоні від 0,001 ТГц до 1000 ТГц показано на рис. 4. Розрахунок проводився по першому доданку формули Кубо (6).

Ефективна діелектрична проникність використовується в електродинамічних задачах, та Максвеллові рівняння містять і об'ємну провідність σ , яка має бути виражена як поверхнева провідність. У разі графенового моношару вводиться складна діелектрична проникність [8]:

$$\varepsilon(\omega, \mu_c) = 1 + \frac{i\sigma(\omega, \mu_c)}{\varepsilon_0 \omega d}, \quad (7)$$

де $d = 1 \cdot 10^{-9}$ м — ефективна товщина графенового моношару, $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — діелектрична стала.

Мотгове рівняння є більш простим для обчислення графенової провідності [9, 10]. Вираз для провідності має вигляд:

$$\sigma = \sigma_0 \exp \left[-\left(\frac{T_0}{T} \right)^{-1/4} \right]; \quad (8)$$

параметер T_0 визначається за формулою:

$$T_0 = \frac{\lambda \alpha^3}{k_B g(E_F)}, \quad (9)$$

де α — радіус розташування, $g(E_F)$ — густина станів на рівні Фермі, λ є числовим фактором.

На рисунку 5 показано температурну залежність електричного опору, нормованого на значення опору для $T_0 = 273,1$ К, із віссю ординат $\log[R(T)/R(T_0)]$ як функції параметра $T^{-1/4}$.

Графенову поверхневу провідність розраховували за формулою

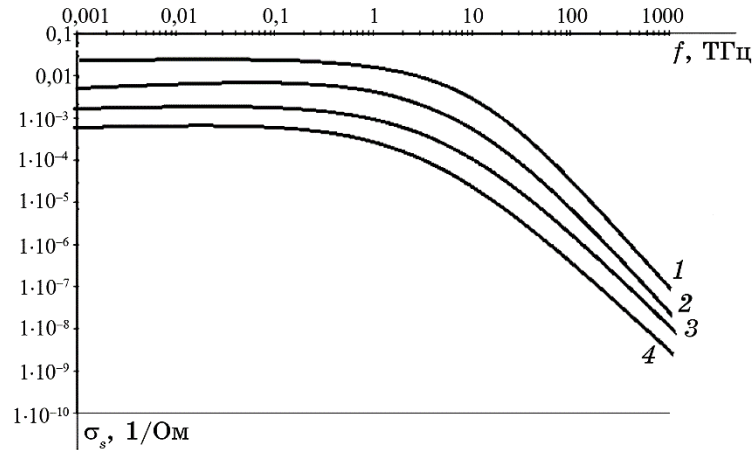


Рис. 4. Поверхнева провідність двовимірного графенового шару, залежна від частоти: 1 — $\mu = 0,0$ еВ; 2 — $\mu = 0,15$ еВ; 3 — $\mu = 0,5$ еВ; 4 — $\mu = 1,0$ еВ.⁵

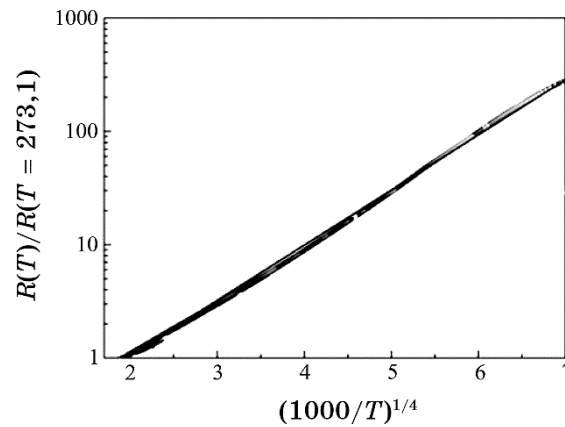


Рис. 5. Відносний опір (логаритмічна шкала) для зразків товщиною графенового шару в залежності від $T^{-1/4}$ [11].⁶

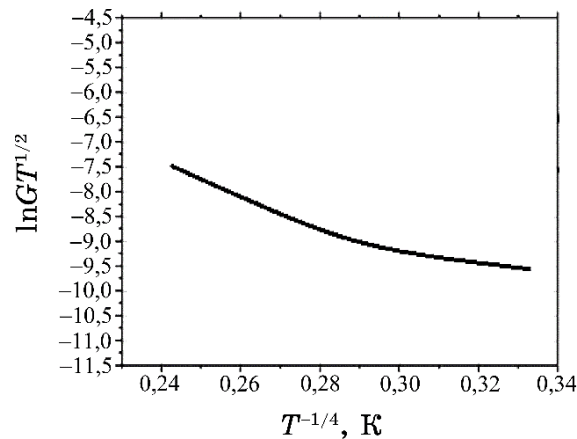


Рис. 6. Залежність провідності від температури в Моттових координатах, де G — власне графенова провідність.⁷

(8) для кімнатної температури $T = 300$ К. Допускалися такі значення параметрів: частота релаксації $\Gamma = 10^{12}$ с⁻¹, ефективна товщина графенового шару $d = 1 \cdot 10^{-9}$ м, діапазон хемічного потенціалу μ — 0–1 еВ.

З графіка залежності провідності від температури визначається параметер T_0 , який є кутовим коефіцієнтом (рис. 6). Знаючи цей параметер, можна визначити довжину стрибка, енергетичний бар'єр, концентрацію домішок [12].

Середня довжина кроку в локальних станах поблизу рівня Фермі для заданої температури є

$$R = \frac{3}{8} \alpha \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/4}, \quad (10)$$

де α — радіус розташування (для аморфних напівпровідників $\alpha = 10$ Å). Енергетичний бар'єр визначається за формулою

$$\Delta E = 3 \left(2\pi R^3 g(E_F) \right)^{-1}, \quad (11)$$

де $g(E_F)$ — густина станів, розташованих поблизу рівня Фермі. Концентрація дірок визначається величиною

$$N_t = g(E_F) \Delta E. \quad (12)$$

Ці параметри характеризують процес зміни провідності та представлені в табл. 2.

З таблиці 3 видно, що зразки, які мають більшу провідність (№ 2), також мають високе значення концентрації дірок, коротку

ТАБЛИЦЯ 2.⁸

№	1	2	3	4
$R(T)$, Ом	0,49	0,45	0,42	0,41
T , К	553	573	673	693
$R(T_0)$, Ом	0,68	0,68	0,68	0,68

ТАБЛИЦЯ 3 [12].⁹

№	$g(E_F)$, $eV^{-1}\cdot cm^{-1}$		R , нм		ΔE , eВ		N_t , cm^{-3}	
	I	II	I	II	I	II	I	II
1*	—	$1,14\cdot 10^{20}$	—	370	—	0,041	—	$46,74\cdot 10^{17}$
2*	$8,69\cdot 10^{20}$	$1,5\cdot 10^{20}$	244	345	0,019	0,039	$165\cdot 10^{17}$	$58,5\cdot 10^{17}$
3*	$3,39\cdot 10^{20}$	$1,02\cdot 10^{20}$	329	373	0,020	0,045	$67,8\cdot 10^{17}$	$50\cdot 10^{17}$
4*	$2,91\cdot 10^{21}$	$1,02\cdot 10^{20}$	192	246	0,012	0,028	$350\cdot 10^{17}$	$28,6\cdot 10^{17}$

ТАБЛИЦЯ 4.¹⁰

№	1*	2*	3*	4*	5*	6*
TCR , % $^{\circ}C^{-1}$	0,58	0,6	0,6	0,61	0,43	0,54

довжину ходу та середнє (по обчислених) значення потенціального бар'єру. Це може вказувати на більшу кількість локальних графітових ділянок у сітці графенового оксиду після відпалу. Зразок № 4 має максимальну концентрацію дефектів.

Для визначення температурного коефіцієнта електроопору використовується співвідношення

$$TCR = \frac{R - R_0}{R_0 \Delta T}. \quad (13)$$

Результати розрахунку представлено в табл. 4.

3.3. Густина станів і концентрація носіїв у графеновому шарі

Більшість досліджень графенового енергетичного спектру ґрунтується на теорії функціоналу густини.

Числові розрахунки, проведені за допомогою цієї методи, показують розрив у графеновому спектрі енергій через наявність домішок. Однак необхідно пояснити природу цього ефекту; крім перерахованих вище чисельних розрахунків, провести аналітичні дослідження впливу забруднення на енергетичний спектр і графенові властивості.

Слід зазначити, що у разі розриву графенового спектру енергій, у разі пониження рівня Фермі в області цього проміжку, швидкість електронів на рівні Фермі може зменшитися. Це понижує рухливість електронів та електропровідність, що може призвести до погіршення графенових функціональних властивостей як матеріалу для польових транзисторів.

Ліфшиців однозонний модель був використаний для пояснення природи впливу впорядкування домішок на графенів спектр енергій та електропровідність.

Гамільтоніан у Ліфшицевому однозонному моделю, який описує одноелектронні стани графенового шару, легованого атомами заміщення, можна представити так [3, 5, 13–15]:

$$\begin{aligned}
 H &= \sum_{in} |in\rangle v_{in} \langle in| + \sum_{in, i'n' \neq in} |in\rangle h_{in, i'n'} \langle i'n'|; \\
 H &= \tilde{H} + \tilde{V}, \\
 \tilde{H} &= \sum_{in} |in\rangle \sigma_i \langle in| + \sum_{in, i'n' \neq in} |in\rangle h_{in, i'n'} \langle i'n'|, \\
 \tilde{V} &= \sum_{in} \tilde{v}_{in}, \quad \tilde{v}_{in} = |in\rangle (v_{in} - \sigma_i) \langle in|.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Загаяна Грінова функція для графенового шару, яка є аналітичною функцією у верхній півплощині комплексних значень енергії z , задається виразом

$$G(z) = (z - H)^{-1}. \tag{15}$$

Грінова функція задовольняє Дайсоновому рівнянню

$$G = \tilde{G} + \tilde{G}\tilde{V}G, \tag{16}$$

де $\tilde{G} = (z - \tilde{H})^{-1}$ — Грінова функція для ефективного Гамільтоніана \tilde{H} у формулі (14).

Матриця розсіяння T обчислюється з випадковим потенціалом і задовольняє рівнянню

$$T = \tilde{V} + \tilde{V}\tilde{G}T. \tag{17}$$

Представимо матрицю T у вигляді:

$$T = \sum_{in} T_{in}. \tag{18}$$

Ігноруючи процеси розсіяння на кластерах з трьох і більше

атомів, малі за деякими параметрами, густину одноелектронних графенових станів можна представити як [15]

$$g(\varepsilon) = \frac{1}{v} \sum_{i,\lambda} P^{\lambda 0i} g^{\lambda 0i}(\varepsilon), \quad (19)$$

$$g^{\lambda 0i}(\varepsilon) = -\frac{2}{\pi} \text{Im} \left\{ \tilde{G} + \tilde{G} t^{\lambda 0i} \tilde{G} + \sum_{\substack{(li) \neq (0i) \\ \lambda}} P^{\lambda lj / \lambda 0i} \tilde{G} \left[t^{\lambda lj} + T^{(2)\lambda 0i, \lambda lj} + T^{(2)\lambda lj, \lambda 0i} \right] \tilde{G} \right\}_{0i 0i}.$$

Під станами розуміється середній розподіл домішкових атомів по вузлах кристалічної ґратки. Розрахункові рівняння впливають з наведеного вище когерентного потенціалу [15]:

$$\sigma_i = \langle v_i \rangle - (v_A - \sigma_i) \tilde{G}_{0i 0i}(\varepsilon) (v_B - \sigma_i), \quad \langle v_i \rangle = (1 - y_i) v_A + y_i v_B. \quad (20)$$

Фур'є-зображення Грінової функції задається такими виразами [15] (хвильовий вектор змінюється в межах Бріллюєнової зони):

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{11}(\mathbf{k}, \varepsilon) &= \frac{\varepsilon - \sigma_2}{D(\mathbf{k}, \varepsilon)}; \quad \tilde{G}_{12}(\mathbf{k}, \varepsilon) = \frac{h_{21}(\mathbf{k})}{D(\mathbf{k}, \varepsilon)}; \\ \tilde{G}_{21}(\mathbf{k}, \varepsilon) &= \frac{h_{12}(\mathbf{k})}{D(\mathbf{k}, \varepsilon)}; \quad \tilde{G}_{22}(\mathbf{k}, \varepsilon) = \frac{\varepsilon - \sigma_1}{\varepsilon - \sigma_2} \tilde{G}_{11}(\mathbf{k}, \varepsilon); \\ D(\mathbf{k}, \varepsilon) &= (\varepsilon - \sigma_1)(\varepsilon - \sigma_2) - h_{12}(\mathbf{k})h_{21}(\mathbf{k}). \end{aligned} \quad (21)$$

У цьому моделю енергетичний спектр електронів у центрі зони представлений в основному значеннями базового хвильового

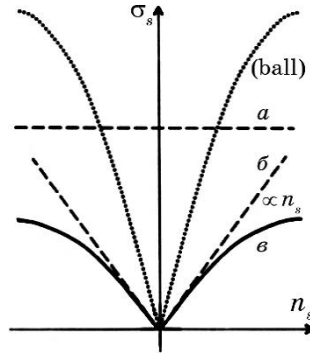


Рис. 7. Залежність графенової провідності від концентрації носіїв струму [6].¹¹

вектора \mathbf{k} з областей навколо Діракових точок. У Бріллюєновій зоні є два таких райони.

Розв'язок системи рівнянь у цьому випадку є наступним [15]:

$$\begin{aligned}
 \tilde{G}_{01,01}(\varepsilon) &= -\frac{S_1(\varepsilon - \sigma'_2)}{\pi\hbar^2 v_F^2} \ln \sqrt{\frac{w^2}{(\varepsilon - \sigma'_1)(\varepsilon - \sigma'_2)} - 1} - i \frac{S_1|\varepsilon - \sigma'_2|}{2\hbar^2 v_F^2}; \\
 \tilde{G}_{02,02}(\varepsilon) &= -\frac{S_1(\varepsilon - \sigma'_1)}{\pi\hbar^2 v_F^2} \ln \sqrt{\frac{w^2}{(\varepsilon - \sigma'_1)(\varepsilon - \sigma'_2)} - 1} - i \frac{S_1|\varepsilon - \sigma'_1|}{2\hbar^2 v_F^2}; \\
 \sigma'_1 &= y_1\delta - y_1(1 - y_1)\delta^2 \frac{S_1(\varepsilon - y_2\delta)}{\pi\hbar^2 v_F^2} \ln \sqrt{\frac{w^2}{|(\varepsilon - y_1\delta)(\varepsilon - y_2\delta)|} - 1}; \\
 \sigma_1'' &= -y_1(1 - y_1)\delta^2 \frac{S_1(\varepsilon - y_2\delta)}{2\hbar^2 v_F^2}; \\
 \sigma'_2 &= y_2\delta - y_2(1 - y_2)\delta^2 \frac{S_1(\varepsilon - y_1\delta)}{\pi\hbar^2 v_F^2} \ln \sqrt{\frac{w^2}{|(\varepsilon - y_1\delta)(\varepsilon - y_2\delta)|} - 1}; \\
 \sigma_2'' &= -y_2(1 - y_2)\delta^2 \frac{S_1(\varepsilon - y_1\delta)}{2\hbar^2 v_F^2}.
 \end{aligned} \tag{22}$$

На рисунку 7 представлено якісну картину залежності графенової провідності від концентрації носіїв струму: (а) для короткосяжних потенціалів розсіяння та для акустичного фононного розсіяння провідність є постійною; (б) розсіяння на йонізованих (заряджених) забруднювальних домішках дає лінійну залежність за зазначеними вище механізмами. Залежність режиму балістичного пропускання також показано окремо.

4. ВИСНОВКИ

1. Зроблено опис густини електронних станів і взаємозв'язку між концентрацією носіїв струму та напругою закриву.
2. Виявлено залежність кількості режимів провідності від енергії та величини максимальної провідності.
3. Показано різні механізми розсіяння носіїв у графеновій ґратниці та рухливість, яку вони викликають.
4. Знайдено залежність графенової провідності від температури та частоти, якщо механізм провідності носіїв заряду визначається стрибковою провідністю через енергетичні дірки, розташовані поблизу рівня Фермі (Моттів механізм).
5. Практична сторона одержаних результатів показує, як контролювати можливу графенову електропровідність, змінюючи значення хемічного потенціалу.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. *Scientific Background on the Nobel Prize in Physics 2010: Graphene* (Stockholm: The Royal Swedish Academy of Sciences: 2010).
2. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Grigorieva, and A. A. Firsov, *Science*, **306**, No. 5696: 666 (2004); <https://doi.org/10.1126/science.1102896>
3. G. W. Hanson, *J. of Appl. Phys.*, **113**: 029902 (2013); <https://doi.org/10.1063/1.2891452>
4. K. I. Bolotin, K. J. Sikes, Z. Jiang, M. Klima, G. Fudenberg, J. Hone, P. Kim, and H. L. Stormer, *Solid State Communications*, **146**: 351 (2008); <https://doi.org/10.1016/j.ssc.2008.02.024>
5. V. Ryzhii, *J. Appl. Phys.*, **101**: 024509 (2007); <https://doi.org/10.1063/1.2426904>
6. Ю. О. Кругляк, М. В. Стріха, *Сенсорна електроніка і мікросистемні технології*, **13**, № 3: 5 (2016); http://liber.onu.edu.ua/pdf/SENS_ELECT.pdf
7. О. А. Голованов, Г. С. Макеева, В. В. Вареница, *Надежность и качество сложных систем*, **4**: 36 (2014); <https://nikas.pnzgu.ru/files/nikas.pnzgu.ru/26.pdf>
8. L. A. Falkovsky, *Phys. Rev. B*, **75**: 033409 (2007); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.75.033409>
9. В. Ф. Гантмахер, *Электроны в неупорядоченных средах* (Москва: Физматлит: 2013).
10. Б. И. Шкловский, А. Л. Эфрос, *Электронные свойства легированных полупроводников* (Москва: Наука: 1979).
11. О. В. Геращенко, *Фазовые переходы, межфазные границы и наноматериалы*, **4**: 116 (2017); <http://pti-nt.ru/ru/issue/publication/424-pryjkovaya-provodimost-s-zakonom-12-v-mnogoslouynih-nanokompozitah-co40fe40b2034sio266c47-vblizi-perehoda-metall-dielektrik>
12. О. О. Kotik, *V International Scientific-Practical Conference 'Conceptual Ways of Science Development' (14–15 May, 2020)* (2020).
13. W. Gao, J. Shu, C. Qiu, and Q. Xu, *ACS Nano*, **6**, No. 9: 7806 (2012); <https://doi.org/10.1021/nn301888e>
14. Andrea F. Young and Philip Kim, *Nature Physics*, **5**: 222 (2009); <https://doi.org/10.1038/nphys1198>
15. С. П. Репецкий, І. Г. Вишивана, С. П. Кручинін, О. Я. Кузнецова, Р. М. Мельник, *Металофіз. новітні технол.*, **41**, № 4: 427 (2019); <https://doi.org/10.15407/mfint.41.04.0427>

REFERENCES

1. *Scientific Background on the Nobel Prize in Physics 2010: Graphene* (Stockholm: The Royal Swedish Academy of Sciences: 2010).
2. K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Grigorieva, and A. A. Firsov, *Science*, **306**, No. 5696: 666 (2004); <https://doi.org/10.1126/science.1102896>
3. G. W. Hanson, *J. of Appl. Phys.*, **113**: 029902 (2013); <https://doi.org/10.1063/1.2891452>

4. K. I. Bolotin, K. J. Sikes, Z. Jiang, M. Klima, G. Fudenberg, J. Hone, P. Kim, and H. L. Stormer, *Solid State Communications*, **146**: 351 (2008); <https://doi.org/10.1016/j.ssc.2008.02.024>
5. V. Ryzhii, *J. Appl. Phys.*, **101**: 024509 (2007); <https://doi.org/10.1063/1.2426904>
6. Yu. A. Kruglyak and M. V. Strikha, *Sensor Electronics and Microsystem Technologies*, **13**, No. 3: 5 (2016) (in Ukrainian); http://liber.onu.edu.ua/pdf/SENS_ELECT.pdf
7. O. A. Golovanov, G. S. Makeeva, and V. V. Varenitsa, *Reliability and Quality of Complex Systems*, **4**: 36 (2014) (in Russian); <https://nikas.pnzgu.ru/files/nikas.pnzgu.ru/26.pdf>
8. L. A. Falkovsky, *Phys. Rev. B*, **75**: 033409 (2007); <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.75.033409>
9. V. F. Gantmakher, *Electrons in Disordered Media* (Moscow: Fizmatlit: 2013) (in Russian).
10. B. I. Shklovsky and A. L. Efros, *Electronic Properties of Doped Semiconductors* (Moscow: Nauka: 1979) (in Russian).
11. O. V. Gerashchenko, *Fazovyye Perekhody, Mezhfaznyye Granitsy i Nanomaterialy*, **4**: 116 (2017) (in Russian); <http://pti-nt.ru/ru/issue/publication/424-pryjkovaya-provodimost-s-zakonom-12-v-mnogosloiynh-nanokompozitah-co40fe40b2034sio266c47-vblizi-perehoda-metall-dielektrik>
12. O. O. Kotik, *V International Scientific-Practical Conference 'Conceptual Ways of Science Development' (May 14–15, 2020)* (in Ukrainian).
13. W. Gao, J. Shu, C. Qiu, and Q. Xu, *ACS Nano*, **6**, No. 9: 7806 (2012); <https://doi.org/10.1021/nn301888e>
14. Andrea F. Young and Philip Kim, *Nature Physics*, **5**: 222 (2009); <https://doi.org/10.1038/nphys1198>
15. S. P. Repetsky, I. G. Vyshyvana, S. P. Kruchinin, O. Ya. Kuznetsova, and R. M. Melnyk, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **41**, Iss. 4: 427 (2019) (in Ukrainian); <https://doi.org/10.15407/mfint.41.04.0427>

Vasyl Stefanyk Precarpathian National University,
57, Shevchenko Str.,
UA-76018 Ivano-Frankivsk, Ukraine

¹ Fig. 1. Unit cell of graphene (with non-equivalent sites *A* and *B*) and the Bravais lattice vector [5].

² Fig. 2. Unit cell and the first Brillouin zone [6].

³ Fig. 3. Comparison of the calculated characteristics (dashed line) with exact numerical calculations (points).

⁴ TABLE 1.

⁵ Fig. 4. Dependence of surface conductivity of a two-dimensional layer of graphene on frequency: 1— $\mu = 0.0$ eV; 2— $\mu = 0.15$ eV; 3— $\mu = 0.5$ eV; 4— $\mu = 1.0$ eV.

⁶ Fig. 5. Relative resistance (logarithmic scale) for samples with graphene layer thickness $\nu s T^{-1/4}$ [11].

⁷ Fig. 6. Temperature dependence of conductivity in Mott coordinates, where *G* is conductivity of graphene proper.

⁸ TABLE 2.

⁹ TABLE 3.

¹⁰ TABLE 4.

¹¹ Fig. 7. Dependence of graphene conductivity on the concentration of current carriers [6].