PACS numbers: 41.20.Cv, 61.43.Gt, 72.20.Dp, 73.50.Bk, 73.63.-b, 85.30.Tv

Моделювання розподілу електростатичного потенціялу у поруватому кремнії

Л. С. Монастирський, І. Б. Оленич, Б. С. Соколовський

Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. Драгоманова, 50, 79005 Львів, Україна

Теоретично досліджено особливості ефекту поля у поруватому кремнії з циліндричною формою пор. Просторовий розподіл потенціялу одержано шляхом аналітичного розв'язання Пуассонового рівняння у лінійному наближенні. Координатні залежності електростатичного потенціялу проаналізовано для різних значень радіюса пор і віддалі між порами. На основі одержаних залежностей встановлено, що Дебайова екранівна довжина зменшується зі збільшенням кривини поверхні. Показано, що ефект поля у поруватому кремнії зумовлює зміну електропровідности поруватого шару. Найбільша за модулем відносна зміна провідности відповідає значній кривині поверхні та невеликій віддалі між порами.

In this study, the field-effect peculiarities in porous silicon with a cylindrical pore shape are theoretically studied. The spatial distribution of the potential is obtained by means of the analytical solution of the Poisson's equation within the linear approximation. The coordinate dependences of the electrostatic potential are analysed for different values of the pore radius and the distance between pores. As established, based on the obtained dependences, the Debye screening length depends not only on the physical parameters of the semiconductor but also on the surface curvature. So, a decrease in the pore radius leads to a decrease in the Debye screening length. In addition, an increase in the surface curvature causes a reduction in a surface potential. The carrier redistribution, which accompanies the field effect, gives rise to changing the electrical conductivity of the porous layer. The largest relative change in conductivity corresponds to a considerable surface curvature and a small distance between the pores. The obtained results can be used to improve the functional characteristics of gas-adsorption sensors based on the porous silicon.

Теоретически исследованы особенности эффекта поля в пористом кремнии с цилиндрической формой пор. Пространственное распределение потенциала получено путём аналитического решения уравнения Пуассона в линейном приближении. Координатные зависимости электростатического

519

520 Л. С. МОНАСТИРСЬКИЙ, І. Б. ОЛЕНИЧ, Б. С. СОКОЛОВСЬКИЙ

потенциала проанализированы для различных значений радиуса пор и расстояния между порами. На основе полученных зависимостей установлено, что дебаевская длина экранирования уменьшается с увеличением кривизны поверхности. Показано, что эффект поля в пористом кремнии приводит к изменению электропроводимости пористого слоя. Наибольшее по модулю относительное изменение проводимости соответствует значительной кривизне поверхности и небольшому расстоянию между порами.

Ключові слова: поруватий кремній, ефект поля, моделювання, електростатичний потенціял, електропровідність, Дебайова екранівна довжина.

Key words: porous silicon, field effect, modelling, electrostatic potential, electrical conductivity, Debye screening length.

Ключевые слова: пористый кремний, эффект поля, моделирование, электростатический потенциал, электропроводность, дебаевская длина экранирования.

(Отримано 30 березня 2019 р.)

1. ВСТУП

Поруватий кремній (ПК) привертає підвищену увагу дослідників завдяки низці корисних властивостей, яких зумовлено не лише квантово-розмірним ефектом, але й значною питомою поверхнею поруватого шару [1-3]. Завдяки розвиненій поверхні ПК і структури на його основі є надзвичайно перспективними саме в галузі сенсорної електроніки [4-7]. Спільною рисою більшости газових сенсорів на основі ПК є використання адсорбоелектричних ефектів. Адсорбція йонізованих атомів чи полярних молекул зумовлює зміну енергетичної структури електронних станів на поверхні пор внаслідок обміну електронами між адсорбованою частинкою та поверхнею кремнію у разі хемічної адсорбції або локалізації носіїв заряду в області фізично адсорбованої частинки. При цьому заряджені поверхневі стани спричиняють зміну електростатичного потенціялу в приповерхневій області напівпровідника. Як наслідок, відбувається перерозподіл носіїв заряду у ПК, утворення об'ємного заряду та зміна електричних параметрів поруватого шару [8–10].

Враховуючи значне відношення поверхні ПК до його об'єму, слід очікувати, що топологія поруватого шару з великою кривиною поверхні пор впливатиме на просторовий розподіл електростатичного потенціялу у ПК на відміну від традиційного ефекту поля для пласкої поверхні напівпровідника [11]. Незважаючи на успішні спроби практичних застосувань ПК у сенсорній електроніці, ефект поля у поруватих напівпровідниках ще детально не вивчено. У роботі [12] теоретично вивчено особливості ефекту поля у моделю ПК зі сферичними порами, для якого можна легко одержати лінеаризований аналітичний розв'язок. Однак, результати дослідження методами електронної мікроскопії [2, 9] показують, що реальним наноструктурам ПК у більшій мірі відповідає модель з циліндричними порами. Тому мета нашої роботи полягала у вивченні особливостей просторового розподілу електростатичного потенціялу у ПК з циліндричною формою пор. У роботі теоретично досліджено вплив топології поруватого шару на електричні параметри матеріялу, що може сприяти поліпшенню функціональних характеристик газоадсорбційних сенсорів на основі ПК.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА МЕТОДИКА МОДЕЛЮВАННЯ

Просторовий розподіл електричного потенціялуф ф у напівпровіднику можна знайти розв'язанням Пуассонового рівняння:

$$\Delta \phi = -\frac{1}{\varepsilon \varepsilon_0} \rho(\mathbf{r}), \qquad (1)$$

де є — відносна діелектрична проникність матеріялу, ε_0 — електрична постійна, $\rho(\mathbf{r})$ — густина об'ємного заряду, який визначається зарядом йонізованих домішок і вільними носіями заряду. Для випадку невиродженої статистики вільних носіїв заряду

$$\rho(\mathbf{r}) = -e \left[n_0 \exp\left(\frac{e\phi}{kT}\right) - p_0 \exp\left(-\frac{e\phi}{kT}\right) + N_A - N_D \right], \quad (2)$$

де n_0 , p_0 — концентрації вільних електронів і дірок за умови відсутности поверхневого заряду, N_A , N_D — концентрації йонізованих акцепторів і донорів. У рівняннях (1) і (2) потенціяльна енергія $e\phi$ відраховується від рівня Фермі в об'ємі напівпровідника, де відсутній ефект поля.

Для знаходження розподілу електростатичного потенціялу у ПК доцільно розглянути модель поруватого шару у вигляді періодично розміщених циліндричних пор радіюсом r_0 , віддаль між центрами яких становить 2R, як то показано на рис. 1. Припустивши, що розподіл поверхневого заряду $\sigma \in$ рівномірним по всій глибині пор, яка для ПК значно більша від їхнього радіюса, розглядувана задача набуває циліндричної симетрії, тобто $\phi(\mathbf{r}) = \phi(r)$ у 2*D*-просторі. Очевидно, похибка такої формалізації задачі буде тим меншою, чим більша віддаль між порами (2*R*). Рівняння (1) у випадку циліндричної симетрії можна записати у вигляді

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\phi}{dr} = \frac{e}{\varepsilon\varepsilon_0} \left[n_0 \exp\left(\frac{e\phi}{kT}\right) - p_0 \exp\left(-\frac{e\phi}{kT}\right) + N_A - N_D \right].$$
 (3)



Рис. 1. Модель шару поруватого кремнію.¹

Рівняння (3) необхідно доповнити двома межовими умовами. Перша з них випливає з умови симетрії (посередині між порами потенціял має сягати екстремуму), а друга задає нормальну складову напружености електричного поля на поверхні пори радіюсом r_0 :

$$\left.\frac{d\phi}{dr}\right|_{r=R}=0,\qquad (4)$$

$$\left. \frac{d\phi}{dr} \right|_{r=r0} = -\frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} \,. \tag{5}$$

Для одержання аналітичного розв'язку нелінійного рівняння (3) необхідно провести лінеаризацію його правої частини, що відповідає наближенню незначного викривлення зон: $e\phi << kT$. Розвинувши експоненту в ряд, одержимо рівняння:

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\phi}{dr} = \frac{(n_0 + p_0)e^2}{\varepsilon\varepsilon_0 kT}\phi,$$
(6)

в якому враховано умову електронейтральности в об'ємі напівпровідника (без впливу ефекту поля) за повної йонізації домішок:

$$n_0 - N_D - p_0 + N_A = 0. (7)$$

Застосувавши у задачі безрозмірні величини

$$\overline{\phi} = \frac{e\phi}{kT}, \ \overline{r} = \frac{r}{L_D}, \ \overline{r_0} = \frac{r_0}{L_D}, \ \overline{R} = \frac{R}{L_D}, \ \overline{\sigma} = \frac{\sigma}{(n_0 + p_0)eL_D},$$
(8)

де одиницею довжини є Дебайова екранівна довжина

$$L_D = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0 kT}{(n_0 + p_0)e^2}}, \qquad (9)$$

одержимо крайову задачу для рівняння Пуассона в циліндричних координатах:

$$\frac{d^2\overline{\phi}}{d\overline{r}^2} + \frac{1}{\overline{r}}\frac{d\overline{\phi}}{d\overline{r}} = \overline{\phi}, \qquad (10)$$

$$\left.\frac{d\bar{\phi}}{d\bar{r}}\right|_{\bar{r}=\bar{R}}=0,\qquad(11)$$

$$\left. \frac{d\overline{\phi}}{d\overline{r}} \right|_{\overline{r}=\overline{r}0} = -\overline{\sigma} \,. \tag{12}$$

Рівняння (10) є модифікованим Бесселевим рівнянням уявного арґументу нульового порядку. Загальний розв'язок такого рівняння можна записати у вигляді лінійної комбінації модифікованих Бесселевих функцій нульового порядку:

$$\overline{\phi}(\overline{r}) = C_1 I_0(\overline{r}) + C_2 K_0(\overline{r}) , \qquad (13)$$

де C_1, C_2 — деякі дійсні коефіцієнти. Загалом Інфельдова функція υ го порядку має вигляд

$$I_{\nu}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2k+\nu}}{\Gamma(k+1)\Gamma(k+\nu+1)}, \qquad (14)$$

де Г — гама-функція. Макдональдову функцію $K_v(x)$ можна виразити через $I_v(x)$ та $I_{-v}(x)$:

$$K_{v}(x) = \frac{\pi}{2\sin(\pi v)} \left[I_{-v}(x) - I_{v}(x) \right] (v \neq n)$$
 (15)

або

$$K_{n}(x) = \frac{(-1)^{n}}{2} \left[\left(\frac{\partial I_{-\nu}(x)}{\partial \nu} \right)_{\nu=n} - \left(\frac{\partial I_{\nu}(x)}{\partial \nu} \right)_{\nu=n} \right], \quad (16)$$

коли n — ціле число. Коефіцієнти C_1 , C_2 можна знайти з крайових умов (11) і (12):

$$C_1 = -\frac{\overline{\sigma}K_1(\bar{R})}{I_1(\bar{r}_0)K_1(\bar{R}) - I_1(\bar{R})K_1(\bar{r}_0)},$$
(17)

$$C_2 = -\frac{\overline{\sigma}I_1(\bar{R})}{I_1(\bar{r}_0)K_1(\bar{R}) - I_1(\bar{R})K_1(\bar{r}_0)}.$$
 (18)

Тоді розв'язок рівняння (10) набуде вигляду:

$$\bar{\phi}(\bar{r}) = -\frac{\bar{\sigma}I_1(\bar{R})K_1(\bar{R})}{I_1(\bar{r}_0)K_1(\bar{R}) - I_1(\bar{R})K_1(\bar{r}_0)} \left[\frac{I_0(\bar{r})}{I_1(\bar{R})} + \frac{K_0(\bar{r})}{K_1(\bar{R})} \right].$$
(19)

3. РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Моделювання ефекту поля здійснювалося у структурах мезопоруватого кремнію, міжпорова віддаль у якому перевищує характерні для квантового обмеження розміри, для випадку незначного вигину зон, що відповідає невеликій концентрації адсорбованих частинок. Загалом величина зумовленого адсорбцією поверхневого заряду може змінюватись у широкому діяпазоні, набуваючи для мономолекулярної Ленґмюрової адсорбції максимальної густини σ_{max} , що відповідає максимальній густині поверхневих станів донорних або акцепторних типів, яка для ПК становить близько 10^{12} см⁻².

Просторовий розподіл електростатичного потенціялу $\overline{\phi}(\overline{r})$ для різних співвідношень між R і $\overline{r_0}$ показано на рис. 2. Аналіза одержаних результатів дає змогу зробити висновок, що зменшення радіюса пор $\overline{r_0}$ супроводжується монотонним зменшенням електростатичного потенціялу у напівпровіднику. Крім того, у випадку, коли міжпорова віддаль у ПК порівнянна з Дебайовою екранівною довжиною, тобто $\overline{R} - \overline{r_0} \approx 1$, відхил концентрації носіїв заряду від їх рівноважних значень відбувається у всьому об'ємі напівпровідника. Це свідчить про те, що під впливом адсорбції йонізованих атомів чи полярних молекул відбувається зміна електричних параметрів



Рис. 2. Координатні залежності електростатичного потенціялу для різних радіюсів пор при $\overline{R} = 2$ (суцільні лінії) та $\overline{R} = 5$ (пунктирні лінії): $\overline{r_0} = 0,1$ (1), $\overline{r_0} = 0,2$ (2), $\overline{r_0} = 0,5$ (3), $\overline{r_0} = 1$ (4).²

всього поруватого шару, що спрощує реєстрацію електричного відгуку газових сенсорів на основі ПК.

У випадку R >> 1, $\overline{r_0}$ можна знехтувати електростатичною взаємодією заряду на поверхні сусідніх пор. Тоді, враховуючи асимптотичний вигляд модифікованих Бесселевих функцій

$$I_{v}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} \exp(x) \left\{ 1 + O\left(\frac{1}{x}\right) \right\}, \qquad (20)$$

$$K_{v}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \exp(-x) \left\{ 1 + O\left(\frac{1}{x}\right) \right\}, \qquad (21)$$

просторовий розподіл електростатичного потенціялу можна наближено описати залежністю

$$\overline{\phi}(\overline{r}) \approx \overline{\sigma} \frac{K_0(\overline{r})}{K_1(\overline{r_0})}.$$
 (22)

Використовуючи формулу (22) й асимптотичний вигляд Макдональдової функції (21), одержимо вираз для Дебайової екранівної довжини L_D^* у поруватому напівпровіднику з циліндричними порами:

$$L_D^* \approx L_D \left(1 + \frac{L_D}{2r_0} \right)^{-1}.$$
 (23)

З (23) слідує, що при від'ємній кривині поверхні (центр кривини знаходиться за межами напівпровідника) Дебайова екранівна довжина є меншою, ніж в матеріялі з пласкою поверхнею, причому

$$L_D^* \approx L_D \left(1 - \frac{L_D}{2r_0} \right)$$
 при $L_D \ll r_0$, (24)

$$L_D^* \approx 2r_0$$
 при $L_D >> r_0$. (25)

Можна показати, що у випадку додатньої кривини поверхні (наприклад, у напівпровідникових нанодротинках) Дебайова екранівна довжина збільшуватиметься зі зменшенням радіюса нанодротинки. Зазначимо, що для циліндричної симетрії кривина поверхні у меншій мірі впливає на значення Дебайової екранівної довжини у ПК порівняно зі сферичною формою пор [12].

Дослідження виявили, що від топології поруватого шару залежить також і величина поверхневого потенціялу $\overline{\phi}_s = \overline{\phi}(\overline{r}_0)$. Залежності електростатичного потенціялу на поверхні пори від \overline{r}_0 і \overline{R} зображено на рис. З. На основі аналізи одержаних залежностей можна зробити висновок, що поверхневий потенціял $\overline{\phi}_s$ стрімко зростає



Рис. 3. Залежності поверхневого електростатичного потенціялу від радіюса пор (a) $\overline{R} = 1$ (1), $\overline{R} = 2$ (2), $\overline{R} = 5$ (3), $\overline{R} = 10$ (4) і віддалі між порами (б) $\overline{r_0} = 0, 2$ (1), $\overline{r_0} = 0, 5$ (2), $\overline{r_0} = 1$ (3), $\overline{r_0} = 1, 5$ (4).³

зі збільшенням радіюса пори у випадку, коли міжпорова віддаль є порівнянною з Дебайовою екранівною довжиною L_D (див. рис. 3, *a*). Для великих значень \overline{R} , коли відсутня електростатична взаємодія між сусідніми порами, поверхневий потенціял виходить на насичення з ростом радіюса пор $\overline{r_0}$ і практично не залежить від міжпорової віддалі (рис. 3, δ).

Значний інтерес з практичної точки зору викликає дослідження впливу геометричних параметрів поруватого шару на зміну електропровідности ПК, індуковану поверхневим зарядом. Проникнення електричного поля поверхневого заряду вглиб напівпровідника спричиняє зміну локальної концентрації вільних носіїв заряду і, як наслідок, зміну ефективної електропровідности поруватого шару. Відносну зміну електропровідности ПК для випадку електронного типу провідности в лінійному за потенціялом наближенні можна обчислити за формулою

$$\frac{\Omega - \Omega_0}{\Omega_0} = \frac{2\pi \int_{\bar{r}_0}^R \left(\bar{\phi}(\bar{r}) + 1\right) \bar{r} d\bar{r} + \left(\bar{\phi}(\bar{R}) + 1\right) \left(4\bar{R}^2 - \pi\bar{R}^2\right)}{4\bar{R}^2 - \pi\bar{r}_0^2}, \quad (26)$$

яка відповідає припущенню, що у частинах паралелепіпеда з квадратною основою $2\overline{R} \times 2\overline{R}$, які знаходяться за межами циліндра радіюсом \overline{R} , безрозмірна концентрація вільних носії заряду становить $\overline{\phi}(\overline{R}) + 1$.

Результати чисельних розрахунків для випадку $|\overline{\sigma}| = 0,05$ показано на рис. 4. Аналіза одержаних результатів вказує на монотонне збільшення електропровідности зі збільшенням радіюса пор \overline{r}_0 при фіксованому \overline{R} , причому найбільша за модулем відносна зміна провідности



Рис. 4. Залежності відносної зміни електропровідности від радіюса пор (a) $\overline{R} = 1$ (1), $\overline{R} = 2$ (2), $\overline{R} = 5$ (3), $\overline{R} = 10$ (4) і віддалі між порами (б) $\overline{r_0} = 0, 2$ (1), $\overline{r_0} = 0, 5$ (2), $\overline{r_0} = 1$ (3), $\overline{r_0} = 1, 5$ (4) при $|\overline{\sigma}| = 0, 05$.⁴

відповідає невеликій міжпоровій віддалі. Збільшення \overline{R} зумовлює зменшення впливу поверхневого заряду на електричні параметри ПК.

4. ВИСНОВКИ

Теоретична аналіза ефекту поля у ПК з циліндричною формою пор, виконана в лінійному наближенні, показала істотний вплив геометричних параметрів матеріялу на просторовий розподіл електростатичного потенціялу.

Встановлено, що електростатичний потенціял монотонно зменшується не тільки зі збільшенням віддалі від поверхні пор, але й із зменшенням їхнього радіюса. У випадку, коли віддаль між порами є порівнянною з Дебайовою екранівною довжиною, ефект поля зумовлює перерозподіл вільних носіїв заряду у всьому поруватому шарі.

На основі аналізи одержаних для ПК залежностей встановлено, що кривина поверхні пор також впливає на значення поверхневого електростатичного потенціялу та Дебайової екранівної довжини. Дебайова екранівна довжина у поруватих напівпровідниках зменшується зі зменшенням радіюса пор. Аналіза залежностей відносної зміни електропровідности ПК від геометричних параметрів поруватого шару виявила, що вплив ефекту поля найпомітніший для значної кривини поверхні та невеликої віддалі між порами. Вивчення особливостей просторового розподілу потенціялу у поруватих напівпровідниках може бути використано для підвищення чутливости та селективности газоадсорбційних сенсорів резистивного чи ємнісного типів.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА-REFERENCES

- O. Bisi, S. Ossicini, and L. Pavesi, Surf. Sci. Rep., 38: 1 (2000); https://doi.org/10.1016/S0167-5729(99)00012-6.
- 2. H. Föll, M. Christophersen, J. Carstensen, and G. Hasse, *Mater. Sci. Eng. R*, **39**: 93 (2002); https://doi.org/10.1016/S0927-796X(02)00090-6.
- 3. A. G. Cullis, L. T. Canham, and P. D. J. Calcott, *J. Appl. Phys.*, 82: 909 (1997); https://doi.org/10.1063/1.366536.
- 4. S. Ozdemir and J. Gole, *Curr. Opin. Solid St. Mater. Sci.*, **11**: 92 (2007); DOI: 10.1016/j.cossms.2008.06.003.
- 5. C. Baratto, G. Faglia, G. Sberveglieri, Z. Gaburro, L. Pancheri, C. Oton, and L Pavesi, *Sensors*, 2: 121 (2002); https://doi.org/10.3390/s20300121.
- I. Б. Оленич, Л. С. Монастирський, О. І. Аксіментьєва, Б. С. Соколовський, *Укр. фіз. журн.*, 56: 1199 (2011); I. B. Olenych, L. S. Monastyrskii, O. I. Aksimentyeva, and B. S. Sokolovskii, *Ukr. J. Phys.*, 56: 1198 (2011) (in Ukrainian).
- 7. F. A. Harraz, Sensor. Actuat. B Chem., 202: 897 (2014); https://doi.org/10.1016/j.snb.2014.06.048.
- 8. M. Chiesa, G. Amato, L. Boarino, E. Garrone, F. Geobaldo, and E. Giamello, Angew. Chemie Int. Ed., 42: 5032 (2003); DOI: 10.1002/anie.200352114.
- I. B. Olenych, L. S. Monastyrskii, O. I. Aksimentyeva, and B. S. Sokolovskii, *Electron. Mater. Lett.*, 9: 257 (2013); https://doi.org/10.1007/s13391-012-2126-7.
- А. С. Воронцов, Л. А. Осминкина, А. Е. Ткаченко, Е. А. Константинова, В. Г. Еленский, В. Ю. Тимошенко, П. К. Кашкаров, Физика и техника полупроводников, 41: 972 (2007); А. S. Vorontsov, L. A. Osminkina, A. E. Tkachenko, E. A. Konstantinova, V. G. Elenskii, V. Yu. Timoshenko, and P. K. Kashkarov, Semiconductors, 41: 953 (2007); https://doi.org/10.1134/S1063782607080167.
- 11. S. M. Sze and K. K. Ng, *Physics of Semiconductor Devices* (New Jersey: Wiley: 2007).
- 12. L. S. Monastyrskii, B. S. Sokolovskii, Ya. V. Boyko, and M. P. Alekseichyk, *Appl. Nanosci.* (2019); https://doi.org/10.1007/s13204-019-00995-6.

Ivan Franko National University of Lviv, 50, Drahomanov Str.,

UA-79005 Lviv, Ukraine

 1 Fig. 1. Model of the porous silicon layer.

² Fig. 2. Coordinate dependences of the electrostatic potential for different pore radiuses at $\overline{R} = 2$ (solid lines) and $\overline{R} = 5$ (dashed lines): $\overline{r_0} = 0.1$ (1), $\overline{r_0} = 0.2$ (2), $\overline{r_0} = 0.5$ (3), $\overline{r_0} = 1$ (4). ³ Fig. 3. Dependences of the surface electrostatic potential on the pore radius (a) $\overline{R} = 1$ (1), $\overline{R} = 2$ (2), $\overline{R} = 5$ (3), $\overline{R} = 10$ (4) and the distance between pores (6) $\overline{r_0} = 0.2$ (1), $\overline{r_0} = 0.5$ (2), $\overline{r_0} = 1$ (3), $\overline{r_0} = 1.5$ (4).

⁴ Fig. 4. Dependences of the relative change in electrical conductivity on the pore radius (a) $\overline{R} = 1$ (1), $\overline{R} = 2$ (2), $\overline{R} = 5$ (3), $\overline{R} = 10$ (4) and the distance between pores (6) $\overline{r_0} = 0.2$ (1), $\overline{r_0} = 0.5$ (2), $\overline{r_0} = 1$ (3), $\overline{r_0} = 1.5$ (4) at $|\overline{\sigma}| = 0.05$.