

PACS numbers: 71.20.Nr, 72.80.Ey, 73.23.Ad, 85.30.De, 85.30.Tv, 85.35.-p, 85.40.Bh

## Физика нанотранзисторов: баллистическая скорость впрыскивания и объединение баллистической модели с моделью виртуального истока

Ю. А. Кругляк

*Одесский государственный экологический университет,  
ул. Львовская, 15,  
65016 Одесса, Украина*

В обзоре рассматривается зависимость скорости электронов от напряжения на стоке в баллистических MOSFET, а также её зависимость от напряжения на затворе и от инверсионного заряда. На первый взгляд, кажется необычным, что в баллистических MOSFET скорость насыщается с ростом напряжения на стоке в отсутствие рассеяния электронов, однако физика этого явления сейчас вполне понятна. В баллистических MOSFET скорость электронов насыщается не в стоковом конце канала проводимости, как в массивных транзисторах, где электрическое поле наибольшее и рассеяние интенсивное, а там, где заканчивается исток и начинается канал проводимости, т.е. на вершине барьера, где электрическое поле нулевое. Обсуждается также насыщение скорости, известное как баллистическая скорость впрыскивания. Именно эта скорость есть верхний предел скорости впрыскивания в реальных MOSFET. Если  $n_s \ll N_{2D}/2$ , то баллистическая скорость впрыскивания постоянная, однако, для  $n_s \gtrsim N_{2D}/2$ , эта скорость растёт с увеличением поверхностной плотности электронов. Проведены простые расчёты баллистической скорости впрыскивания, которые могут послужить отправной точкой для более тщательных вычислений. Показано, как увязаны между собой баллистическая модель и модель виртуального истока. Простой заменой традиционной подвижности, лимитируемой рассеянием, в модели виртуального истока на баллистическую подвижность получаем правильный ход баллистического линейного тока. Заменой скорости насыщения  $v_{sat}$  в массивном канале проводимости на баллистическую скорость впрыскивания  $v_{inj}^{ball}$  получаем правильное значение баллистического тока  $I_{ON}$ . Также показано, что баллистическая модель предсказывает большие токи по сравнению с экспериментальными данными. Это связано с эффектами рассеяния электронов, понимание которого исключительно важно для моделирования нанотранзисторов.

В огляді розглядається залежність швидкості електронів від напруги на стосі у балістичних MOSFET, а також її залежність від напруги на затворі

та від інверсійного заряду. На перший погляд, здається незвичним, що в балістичних MOSFET швидкість насичується з ростом напруги на стоці за відсутності розсіювання електронів, однак фізика цього явища зараз є цілком зрозумілою. В балістичних MOSFET швидкість електронів насичується не в стоковому кінці каналу провідності, як у масивних транзисторах, де електричне поле найбільше та розсіювання є інтенсивним, а там, де закінчується витік і починається канал провідності, тобто на вершині бар'єра, де електричне поле є нульовим. Обговорюється також насичення швидкості, відоме як балістична швидкість впорскування. Саме ця швидкість є верхньою межею швидкості впорскування в реальних MOSFET. Якщо  $n_s \ll N_{2D}/2$ , то балістична швидкість впорскування постійна, проте, для  $n_s \gtrsim N_{2D}/2$ , ця швидкість зростає зі збільшенням поверхневої густини електронів. Було виконано прості розрахунки балістичної швидкості впорскування, які можуть послужити відправною точкою для більш ретельних розрахунків. Показано як пов'язані між собою балістичний модель і модель віртуального витоку. Простою заміною традиційної рухливості  $v_{sat}$ , що лімітується розсіюванням, в моделюванні віртуального витоку на балістичну рухливість  $v_{inj}^{ball}$  одержуємо правильний хід балістичного лінійного струму. Заміною швидкості насичення у масивному каналі провідності на балістичну швидкість впорскування одержуємо правильне значення балістичного струму  $I_{ON}$ . Також показано, що балістичний модель передбачає більші струми в порівнянні з експериментальними даними. Це пов'язано з ефектами розсіювання електронів, розуміння чого є винятково важливим для моделювання нанотранзисторів.

The review considers the dependence of the electron velocity on the drain voltage in ballistic MOSFETs as well as its dependence on both the gate voltage and on the inversion charge. At first glance, it seems unusual that, in the ballistic MOSFET, the velocity is saturated with the increase in the drain voltage in the absence of electron scattering; however, the physics of this phenomenon is now quite understandable. In ballistic MOSFET, the electron velocity is not saturated at the drain end of the conduction channel, as in massive transistors where the electric field is largest and the scattering is intense, but at the source ends where the conduction channel begins, i.e., at the top of the barrier where the electric field is zero. The saturation of the velocity known as the ballistic injection rate is also discussed. This velocity is the upper limit of the injection rate in real MOSFETs. If  $n_s \ll N_{2D}/2$ , then the ballistic injection rate is constant, however, for  $n_s \gtrsim N_{2D}/2$ , this velocity increases with increasing surface density of electrons. Simple calculations of the ballistic injection rate are made and can be served as a starting point for more thorough calculations. It is shown how the ballistic model and the virtual source model are interrelated. By simple replacing the traditional mobility, which is limited by scattering, in the virtual source model by ballistic mobility, we obtain the correct course of the ballistic linear current. By replacing the saturation velocity  $v_{sat}$  in the massive conduction channel by the ballistic injection rate  $v_{inj}^{ball}$ , we obtain the correct value of the ballistic current  $I_{ON}$ . As also shown, the ballistic model predicts larger currents than the experimental data. This is due to the effects of electron scattering, understanding of which is extremely important for the modeling of nanotransistors.

**Ключевые слова:** нанoeлектроника, полевой транзистор, MOSFET, модель ЛДЛ, метрика транзисторов, управление транзисторами, виртуальный исток.

**Ключові слова:** нанoeлектроніка, польовий транзистор, MOSFET, модель ЛДЛ, метрика транзисторів, управління транзисторами, віртуальний витік.

**Keywords:** nanoelectronics, field effect transistor, MOSFET, LDL model, transistor metrics, transistor control, virtual source.

(Получено 29 ноября 2018 г.)

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В продолжение научного обозрения физических принципов моделирования нанотранзисторов [1–5] сначала введём понятие о баллистической скорости впрыскивания и изучим её особенности, что далее позволяет объединить баллистическую модель MOSFET с моделью виртуального истока.

## 2. БАЛЛИСТИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ ВПРЫСКИВАНИЯ

Ток стока MOSFET есть произведение заряда на скорость в высшей точке барьера:

$$I_{DS} = W \left| Q(V_{GS}, V_{DS}) \right|_{x=0} \left\langle v_x(V_{GS}, V_{DS}) \right\rangle_{x=0}. \quad (1)$$

Из сравнения (1) с уравнением для баллистического тока стока (69/[5]) было получено выражение для средней скорости электронов на вершине барьера (77/[5]):

$$\begin{aligned} \left\langle v_x(V_{GS}, V_{DS}) \right\rangle_{x=0} &= \left\langle v_x^+ \right\rangle \left[ \frac{1 - \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FD}) / \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}{1 + \mathfrak{I}_0(\eta_{FD}) / \mathfrak{I}_0(\eta_{FS})} \right], \\ \left\langle v_x^+ \right\rangle &= v_{inj}^{ball} = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{I}_0(\eta_{FS})}. \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнение (2) справедливо для 2D-электронов в канале проводимости плоского MOSFET, тогда как для 1D-электронов в канале проводимости NW MOSFET уравнение для скорости иное, а именно, — (75/[5]).

Средняя скорость на вершине барьера  $\left\langle v_x(V_{GS}, V_{DS}) \right\rangle_{x=0}$ , иначе скорость впрыскивания, зависит как от напряжения на затворе, так и от

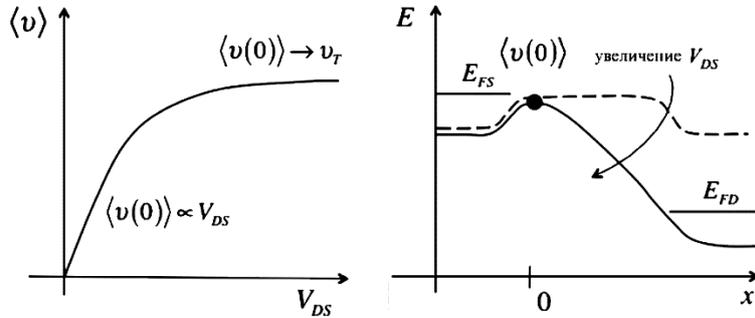
напряжения на стоке. Важно понять причину насыщения скорости при высоком напряжении на стоке в баллистических MOSFET, а кроме того, каким образом вычислить предельное значение скорости. Как показывают модельные расчёты баллистических MOSFET (рис. 9/[5]), вычисленные вольт-амперные характеристики свидетельствуют о насыщении скорости — ток насыщения изменяется приблизительно линейно с величиной  $V_{GS} - V_T$ , однако, совершенно ясно, что причиной такого насыщения в баллистических MOSFET не может быть рассеяние, которое ограничивает скорость  $v_{sat}$ , как это подробно обсуждалось ранее [2]. Мы убедимся, что скорость действительно насыщается в баллистических MOSFET, однако по причинам, совершенно отличным от тех, которые насыщают скорость в массивных полупроводниках под действием сильного электрического поля.

### 2.1. Зависимость скорости от напряжения на стоке

Упростим общее выражение (2), перейдя к невырожденной статистике Максвелла–Больцмана:

$$\left. \langle v_x(V_{DS}) \rangle \right|_{x=0} = v_T \left[ \frac{1 - e^{qV_{DS}/kT}}{1 + e^{qV_{DS}/kT}} \right], \quad v_T = \langle \langle v_x^+ \rangle \rangle = v_{inj}^{ball} = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}}. \quad (3)$$

Зависимость  $\left. \langle v_x(V_{DS}) \rangle \right|_{x=0}$  от  $V_{DS}$  графически показана на рис. 1 вместе с ходом зонной энергии при низких и высоких значениях напряжения на стоке. При низких напряжениях скорость пропорциональна  $V_{DS}$ , а при высоких напряжениях скорость насыщается до значения  $v_T$ . Кажется бы из рис. 1, что скорость в баллистическом MOSFET ведёт себя так же, как и в массивном транзисторе:



**Рис. 1.** Слева: зависимость средней скорости (3)  $\left. \langle v_x(V_{DS}) \rangle \right|_{x=0} \equiv \langle v(0) \rangle$  от  $V_{DS}$ . Справа: иллюстрация изменения зонной энергии при низких и высоких значениях  $V_{DS}$ .<sup>1</sup>

сначала при низком напряжении на стоке пропорционально  $V_{DS}$ , а затем насыщается при высоком напряжении. Заметим, однако, что речь идёт о скорости на самой вершине барьера  $\langle v_x(V_{DS}) \rangle|_{x=0}$ : скорость в баллистическом MOSFET насыщается в канале проводимости на самой границе истока  $S$ , на вершине барьера, где электрическое поле нулевое, а не на конечной границе стока  $D$  канала проводимости, где электрическое поле очень велико.

Чтобы понять пропорциональность скорости напряжению  $V_{DS}$  при его малых значениях, разложим экспоненты в (3) при малых значениях показателей экспонент и получим:

$$\langle v_x(V_{DS}) \rangle|_{x=0} = \frac{v_T}{2kT/q} V_{DS}. \quad (4)$$

Умножим и разделим полученное выражение на длину канала проводимости:

$$\langle v_x(V_{DS}) \rangle|_{x=0} = \frac{v_T L}{2kT/q} \frac{V_{DS}}{L}. \quad (5)$$

В первом сомножителе узнаем баллистическую подвижность  $\mu_B$  (54/[5]), а второй сомножитель это электрическое поле в канале проводимости  $E_x = V_{DS}/L$ :

$$\langle v_x(V_{DS}) \rangle|_{x=0} = \mu_B E_x. \quad (6)$$

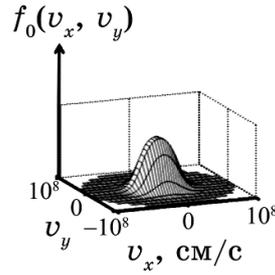
Таким образом, в баллистических MOSFET при малых напряжениях на стоке скорость записывается так же, как и для массивных проводников через  $\mu E_x$ , но только с заменой обычной подвижности  $\mu$  на баллистическую подвижность  $\mu_B$ .

## 2.2. Насыщение скорости в баллистических MOSFET

Согласно (3), средняя однонаправленная скорость на вершине барьера насыщается при высоких значениях напряжения на стоке. Увидеть поточнее, как это в действительности происходит, могло бы помочь распределение скоростей в плоскости  $xy$  канала проводимости, в плоскости уходящей вглубь подложки вдоль канала проводимости. Сначала вспомним, как скорости распределены в невырожденном массивном полупроводнике в состоянии равновесия. В этом случае функция Ферми упрощается до

$$f_0(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_F)/kT}} \rightarrow e^{(E_F-E)/kT}. \quad (7)$$

Для электронов в параболической зоне проводимости



**Рис. 2.** Максвелловское распределение скоростей электронов в невырожденном полупроводнике в состоянии равновесия [6].<sup>2</sup>

$$E = E_C + m^*v^2/2, \quad (8)$$

так что невырожденная функция Ферми —

$$f_0(v) = e^{(E_F - E_C)/kT} e^{-m^*v^2/2kT}. \quad (9)$$

Движение электронов в нашем случае происходит в плоскости  $xu$  с

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2, \quad (10)$$

и невырожденная функция Ферми сводится к известному максвелловскому распределению скоростей:

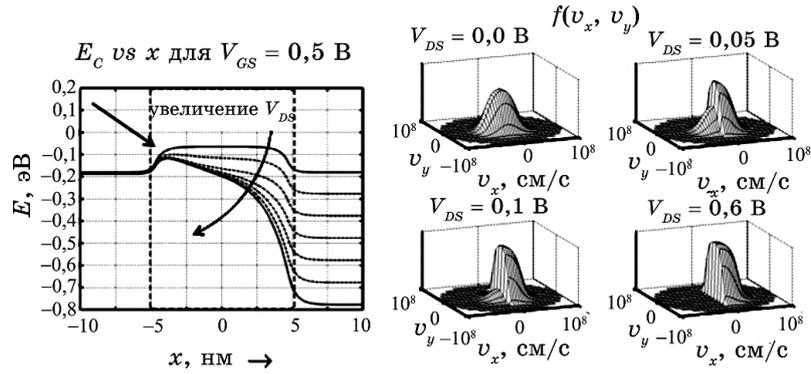
$$f_0(v_x, v_y) = e^{(E_F - E_C)/kT} e^{-m^*(v_x^2 + v_y^2)/2kT}. \quad (11)$$

Уравнение (11) дает распределение скоростей в невырожденном полупроводнике в состоянии равновесия и графически представлено на рис. 2. Как и ожидалось, все скорости в положительном направлении осей скомпенсированы скоростями в противоположном направлении, так что средняя скорость в состоянии равновесия равна нулю.

Можно ожидать, что в баллистических MOSFET при высоких напряжениях на стоке, далёких от состояния равновесия, распределение скоростей будет сильно отличаться от распределения в состоянии равновесия. На рисунке 3 показаны результаты численного решения транспортного уравнения Больцмана для 10-ти нм баллистического MOSFET.

Напряжение на затворе велико, так что барьер на границе с истоком небольшой. Мы хотим понять показанное справа на этом рисунке распределение скоростей на вершине барьера при изменении напряжения на стоке от  $V_{DS} = 0$  до  $V_{DS} = V_{DD} = 0,6$  В.

В баллистических MOSFET распределение скоростей на вершине



**Рис. 3.** Результаты численного моделирования баллистического MOSFET с длиной канала проводимости 10 нм. Слева: Ход  $E_C(x) \propto x$  при высоком напряжении на затворе и  $V_{DS} = 0,0(0,1)0,6$  В. Справа: Распределение  $(v_x, v_y)$  на вершине барьера при разных значениях  $V_{DS}$  [6].<sup>3</sup>

барьера состоит из двух компонент — положительных скоростей электронов, впрыснутых истоком, и отрицательных скоростей электронов, впрыснутых стоком:

$$\begin{aligned}
 f^+(v_x > 0, v_y) &= e^{(E_{FS} - E_C(0))/kT} e^{-m^*(v_x^2 + v_y^2)/2kT}, \\
 f^-(v_x < 0, v_y) &= e^{(E_{FD} - E_C(0))/kT} e^{-m^*(v_x^2 + v_y^2)/2kT},
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

где  $E_{FS}$  есть электрохимический потенциал истока,  $E_{FD} = E_{FS} - qV_{DS}$  это электрохимический потенциал стока. С ростом напряжения на стоке  $V_{DS}$  величина  $f^-(v_x, v_y)$  уменьшается.

На рисунке 3/справа распределение скоростей показано при четырёх различных напряжениях на стоке — от нулевого до  $V_{DS} = 0,6$  В. Сначала рассмотрим ситуацию при  $V_{DS} = 0$  (рис. 2). В этом случае распределение скоростей равновесное и  $\langle v(0) \rangle_{v=0} = 0$ . Поскольку  $V_{DS} = 0$ , тока нет и MOSFET находится в состоянии равновесия, так что равновесное распределение скоростей на рис. 2 как бы очевидно. Однако интересно, каким же образом установилось это равновесие, наступающего обычно в результате электрон-фононного рассеяния, поскольку в баллистических MOSFET акты рассеяния не происходят. Ответ может быть следующим. На вершине барьера все электроны с  $v_x > 0$  инжектированы истоком, равновесие в котором поддерживается сильным электрон-фононным взаимодействием. На этой же вершине все электроны с  $v_x < 0$  инжектированы стоком, равновесие в котором также поддерживается сильным электрон-фононным взаимодействием. Поскольку при  $V_{DS} = 0$  электрохимические потенциалы одинаковы ( $E_{FD} = E_{FS}$ ), то положительные и отрицательные компоненты потоков электронов

в локации вершины барьера одинаковы, результатом чего является равновесное максвелловское распределение скоростей электронов на вершине барьера (рис. 2).

Рассмотрим далее небольшое повышение напряжения на стоке до  $V_{DS} = 0,05\text{ В}$  (рис. 3/справа). В этом случае величина компоненты с отрицательными скоростями в (12) меньше при сохранении величины компоненты с положительными скоростями, так что суммарная скорость в направлении  $v_x > 0$  положительная. Мы ранее уже видели, что при таких малых  $V_{DS}$  средняя скорость впрыскивания растёт линейно с напряжением на стоке. При  $V_{DS} = 0,1\text{ В}$  отрицательная компонента скорости ещё меньше, так что суммарная скорость в направлении  $v_x > 0$  становится ещё больше. Наконец, при  $V_{DS} = 0,6\text{ В}$  отрицательная компонента скорости становится нулевой, поскольку электрохимический потенциал на стоке понизился настолько, что вероятность заселения вершины барьера электронами, прибывшими со стока, становится пренебрежимо малой. Положительная компонента скоростей электронов в направлении  $v_x > 0$  достигает максимально возможного значения. Дальнейшее увеличение напряжения на стоке не увеличит положительную компоненту: скорость достигла насыщения.

Графические результаты на рис. 3 объясняют поведение скорости на вершине барьера согласно уравнению (3), но есть одна тонкость, которая заслуживает обсуждения. Внимательное рассматривание половинки максвелловского распределения при  $V_{DS} = 0,6\text{ В}$  обнаруживает, что она больше и выше аналогичной равновесной положительной половинки при  $V_{DS} = 0$ . Совершенно очевидно (рис. 3), что половинка максвелловского распределения, соответствующая  $v_x > 0$ , увеличивается с ростом  $V_{DS}$ , хотя электрохимический потенциал истока  $E_{FS}$  не изменялся. Причина видна на левой части рис. 3: увеличение  $V_{DS}$  понижает вершину барьера  $E_C(0)$ . К такому результату приводит электростатика MOS у высококачественных транзисторов. У таких транзисторов электронный заряд на вершине барьера существенно или даже только зависит от напряжения на затворе и сколь-нибудь серьёзно не изменяется с ростом напряжения на стоке (низкое значение *DIBL*). По мере того, как отрицательная компонента скорости электронов уменьшается с ростом  $V_{DS}$ , все больше электронов с положительной скоростью должны быть впрыснуты истоком, чтобы сбалансировать электронный заряд. Поскольку электрохимический потенциал истока не изменяется, уравнение (12) свидетельствует, что  $E_C(0)$  должно уменьшиться с тем, чтобы увеличить электронный заряд за счёт истока.

Наконец, отметим, что результирующий профиль распределения скоростей электронов при  $V_{DS} > 0$  (рис. 3) существенно отличается от равновесного профиля, но каждая из половинок распределения скоростей напоминает равновесный профиль. Лишь рассеяние мог-

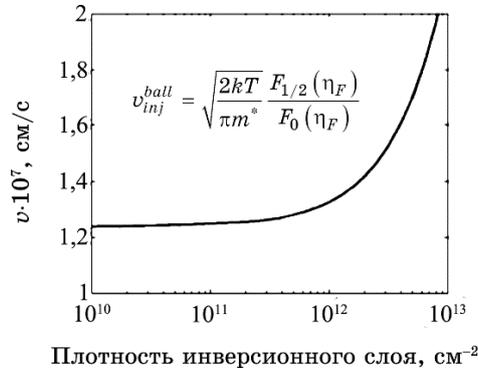
ло бы вернуть результирующий профиль к равновесному виду, но такового в баллистических MOSFET нет. Баллистический канал проводимости очень далёк от равновесия, но каждая из половинок распределения скоростей находится в равновесии с одним из двух контактов.

### 2.3. Баллистическая скорость впрыскивания

Баллистическая скорость впрыскивания  $v_{inj}^{ball} = \langle \langle v_x^+ \rangle \rangle$  является важным параметром нанотранзистора; она играет роль  $v_{sat}$  в традиционной модели насыщения скорости. Как подробно рассматривалось выше,  $\langle \langle v_x^+ \rangle \rangle$  есть средняя скорость электронов, впрыснутых истоком в направлении  $v_x > 0$ , максвелловского распределения скоростей (или ферми-дираковского) на вершине барьера при высоком напряжении на стоке. Это усреднённая по углам скорость в направлении  $v_x > 0$  при определённой энергии  $E$ , а затем усреднённая ещё по энергии (2). Получено оно непрямым путём из выражения для тока, записанного в виде произведения заряда на скорость, а прямым путём получено ранее в виде (27/[5]). График зависимости баллистической скорости впрыскивания от поверхностной плотности электронов в кремнии показан на рис. 4.

При высоком напряжении на стоке плотность инверсионного слоя на вершине барьера, согласно (40/[5]),

$$\underline{n_s}|_{x=0} = \frac{N_{2D}}{2} \mathfrak{F}_0(\eta_F) = g_v \frac{m^* kT}{2\pi\hbar^2} \mathfrak{F}_0(\eta_F). \quad (13)$$



**Рис. 4.** Баллистическая скорость впрыскивания  $v_{inj}^{ball}$  в зависимости от поверхностной плотности  $2D$ -электронов при  $T = 300$  К в DG SOI MOSFET. Предполагалось, что только нижняя подзона проводимости занята, так что соответствующая эффективная масса  $m^* = 0,19 m_0$  и долинное вырождение  $g_v = 2$  [7].<sup>4</sup>

Для данного значения плотности решаем уравнение (13) относительно  $\eta_F$ , которое затем используется для вычисления  $v_{inj}^{ball}$  по (2). При  $T = 300$  К  $2D$ -плотность состояний для Si(100) имеет значение

$$N_{2D} = 2,05 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}. \quad (14)$$

При  $n_S < N_{2D}$  полупроводник можно рассматривать невырожденным, а при  $n_S > N_{2D}$  важна уже статистика Ферми–Дирака.

Как видно из рис. 4, при  $n_S \ll 10^{12} \text{ см}^{-2}$  полупроводник невырожденный: интегралы Ферми–Дирака в (2) сводятся к экспонентам, так что

$$\langle\langle v_x^+ \rangle\rangle = v_{inj}^{ball} \rightarrow v_T = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} = 1,2 \cdot 10^7 \text{ см/с}. \quad (15)$$

При  $n_S > 10^{12} \text{ см}^{-2}$  полупроводник становится вырожденным и  $v_{inj}^{ball}$  растёт. Так получается, когда состояния вблизи дна зоны проводимости заняты, энергия фермиевского уровня растёт, и заселяются состояния с большей скоростью. Увеличение скорости впрыскивания (рис. 4) объясняет, почему выходные характеристики баллистических MOSFET на рис. 9/[5] демонстрируют большие токи для статистики Ферми–Дирака, поскольку именно она ответственна за большие токи. Зависимость скорости впрыскивания от напряжения на затворе слабая, так что обе статистики–Максвелла–Больцмана и Ферми–Дирака на рис. 9/[5] показывают насыщение тока, растущего почти линейно с  $V_{DS}$ . Таким образом, в обоих случаях мы можем сделать вывод о том, что речь идёт о MOSFET с насыщением скорости. Как мы убедимся позже, рассеяние в реальных транзисторах уменьшает скорость впрыскивания, так что баллистическая скорость впрыскивания есть верхний предел для MOSFET.

Найдём баллистическую скорость впрыскивания в полностью вырожденном пределе.

При  $T = 0$  К  $f_0(E) = 1$  при  $E < E_F$  и  $f_0(E) = 0$  при  $E > E_F$ . Согласно (25/[5]), имеем:

$$v_{inj}^{ball} = \langle\langle v_x^+ \rangle\rangle = \frac{2 \int_{E_C}^{\infty} \sqrt{2(E - E_C) / m^*} f_0(E) dE}{\int_{E_C}^{\infty} f_0(E) dE} = \frac{2 \text{ NUM}}{\pi \text{ DEN}}.$$

Для числителя и знаменателя имеем:

$$\text{NUM} = \sqrt{\frac{2}{m^*}} \int_{E_C}^{E_F} \sqrt{E - E_C} dE = \sqrt{\frac{2}{m^*}} \left( \frac{2}{3} (E_F - E_C)^{3/2} \right), \quad \text{DEN} = E_F - E_C,$$

так что окончательно

$$v_{inj}^{ball} = \langle \langle v_x^+ \rangle \rangle = \frac{4}{3\pi} \sqrt{\frac{2}{m^*}} (E_F - E_C)^{1/2}.$$

Полученный результат удобно выразить через фермиевскую скорость, скорость электронов на фермиевском уровне энергии, исходя из соотношения

$$\frac{1}{2} m^* v_F^2 = E_F - E_C,$$

так что фермиевская скорость

$$v_F = \sqrt{\frac{2(E_F - E_C)}{m^*}}. \quad (16)$$

Окончательно, баллистическая скорость впрыскивания через фермиевскую скорость

$$v_{inj}^{ball} = \frac{4}{3\pi} v_F. \quad (17)$$

Как и ожидалось, баллистическая скорость впрыскивания меньше фермиевской скорости, поскольку последняя есть скорость, усреднённая по всем электронам ниже уровня Ферми.

В заключение оценим баллистическую скорость впрыскивания реального MOSFET. Возьмём *n*-Si MOSFET при  $T = 300$  К в состоянии  $I_{ON}$  с плотностью инверсионного слоя  $n_s = 1 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2}$ . Пусть в Si(100) занята лишь нижняя подзона проводимости. Какова баллистическая скорость впрыскивания?

Если полупроводник невырожден, что маловероятно при таком большом значении  $n_s$ , получим уже известный результат (15). В нашем случае корректное выражение для баллистической скорости впрыскивания даётся выражением (2). Однако необходимо знать  $\eta_F$ , которое можно получить из (13), откуда

$$\eta_F = \log(e^{n_s/(N_{2D/2})} - 1) = 9,76.$$

Подставляя полученное значение в (2), находим

$$\begin{aligned} v_{inj}^{ball} &= \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{\mathfrak{S}_{1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{S}_0(\eta_{FS})} = 1,2 \cdot 10^7 \frac{\mathfrak{S}_{1/2}(9,76)}{\mathfrak{S}_0(9,76)} = 1,2 \cdot 10^7 \frac{23,2}{9,8} = \\ &= 2,4 \cdot 10^7 \text{ см/с}, \end{aligned}$$

что в два раза превышает результат для невырожденной статистики.

Как показывают эти вычисления и рис. 4, переход к вырожденной статистике электронов существенно увеличивает баллистическую

скорость впрыскивания. Для типичных Si MOSFET, однако, реальные баллистические скорости впрыскивания меньше, поскольку могут быть заселены несколько подзон проводимости и некоторым из них могут соответствовать большие значения эффективных масс, а также в результате квантовых ограничений, которые увеличивают эффективные массы из-за непараболичности высоких подзон проводимости. Если нужны высокоточные количественные результаты, нужно обратить внимание на зонную структуру.

При вычислении баллистической скорости впрыскивания в Si(100) эффективная масса предполагалась равной  $0,19 m_0$ , а долинное вырождение бралось равным  $g_v = 2$ . У зоны проводимости кремния шесть эквивалентных долин, а их эллипсоидальные поверхности постоянной энергии описываются эффективными массами  $m_l^* = 0,91 m_0$  и  $m_t^* = 0,19 m_0$ . Квантовые ограничения снимают вырождение. Две нижние подзоны вырождены с  $g_v = 2$  и  $m^* = 0,19 m_0$ . При вычислении баллистической скорости впрыскивания было предположено, что заселена только нижняя нештрихованная подзона (рис. 16/[3]), для которой эффективная масса  $m^* = m_l^*$  в направлении локализации, а эффективная масса в плоскости  $xy$  есть  $m^* = m_t^*$ . Если заселены более высокие подзоны, нужно учесть соответствующие эффективные массы вдоль осей  $x$  и  $y$ . Суммарная поверхностная плотность электронов учитывает вклады от всех заселённых подзон, и баллистическая скорость впрыскивания есть скорость, усреднённая по всем заселённым подзонам.

### 3. ОБЪЕДИНЕНИЕ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С МОДЕЛЬЮ ВИРТУАЛЬНОГО ИСТОКА

Нам предстоит объединить баллистическую модель MOSFET (69/[5]) и модель виртуального истока (36/[2]).

Начнём как всегда с общего выражения для тока в виде произведения электронного заряда на скорость электронов:

$$I_{DS} = W \left| \mathcal{Q}(V_{GS}, V_{DS}) \right|_{x=0} \times \left| v_x(V_{GS}, V_{DS}) \right|_{x=0}. \quad (18)$$

Для вычисления заряда воспользуемся, например, полуэмпирическим выражением (46/[4]):

$$\mathcal{Q}(V_{GS}, V_{DS}) = -m C_G^{inv} \left( \frac{kT}{q} \right) \ln \left( 1 + e^{q(V_{GS} - V_T)/mkT} \right), \quad V_T = V_{T0} - \delta V_{DS}. \quad (19)$$

Далее нужно определиться с вычислением средней скорости на вершине барьера, которая вычисляется по-разному в баллистической модели и в модели виртуального истока.

### 3.1. Резюме баллистической модели

Ток в этой модели даётся уравнением (18). Заряд определяется электростатикой MOS, например, уравнением (19). Для вычисления скорости нужно сначала определить положение уровня Ферми, если привлекается статистика Максвелла–Больцмана. Энергия уровня Ферми определяется из выражения для инверсионного заряда (68/[5]):

$$Q(V_{GS}, V_{DS}) = -q \frac{N_{2D}}{2} [\mathfrak{F}_0(\eta_{FS}) + \mathfrak{F}_0(\eta_{FD})], \quad (20)$$

где

$$\eta_{FS} = (E_{FS} - E_C(0))/kT, \quad \eta_{FD} = \eta_{FS} - qV_{DS}/kT. \quad (21)$$

Далее определяем баллистическую скорость впрыскивания (2)

$$v_{inj}^{ball} = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{F}_0(\eta_{FS})}, \quad (22)$$

а затем среднюю скорость при заданных значениях напряжений на стоке и на затворе (77/[5]):

$$\langle v_x(V_{GS}, V_{DS}) \rangle_{x=0} = v_{inj}^{ball} \left[ \frac{1 - \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FD}) / \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})}{1 + \mathfrak{F}_0(\eta_{FD}) / \mathfrak{F}_0(\eta_{FS})} \right]. \quad (23)$$

Окончательно получаем ток стока в нужной точке  $(V_{GS}, V_{DS})$  выходной характеристики из (18). На практике важно учесть терминальные сопротивления. Именно по этому алгоритму были посчитаны характеристики на рис. 9/[5].

### 3.2. Резюме модели виртуального стока

Вычисление тока в этой модели также начинается с уравнений (18) и (19), но затем скорость вычисляется иначе, через функцию насыщения тока стока  $F_{SAT}$  согласно (33/[2]), а именно:

$$\langle v_x(V_{GS}, V_{DS}) \rangle_{x=0} = F_{SAT}(V_{DS}) v_{sat}, \quad (24)$$

$$F_{SAT}(V_{DS}) = \frac{V_{DS}/V_{DSAT}}{\left[ 1 + (V_{DS}/V_{DSAT})^\beta \right]^{1/\beta}}, \quad (25)$$

где

$$V_{DSAT} = v_{sat} L / \mu. \quad (26)$$

Итак, ток стока в модели виртуального истока в нужной точке  $(V_{GS}, V_{DS})$  выходной характеристики вычисляется по уравнению (18), используя для вычисления заряда (19), а для вычисления скорости (24)–(26). Ещё нужно учесть терминальные сопротивления.

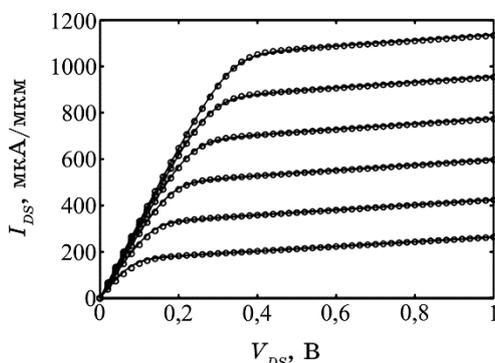
Модель виртуального истока это полуэмпирическая модель, позволяющая гарантировано вписаться в экспериментальные данные. Используя эту модель, мы на самом деле лучше чувствуем физику процессов в MOSFET, поскольку параметры этой модели  $C_G^{inv}, V_T, m, \mu, v_{sat}, L$  имеют вполне конкретный физический смысл. Что касается параметра  $\beta$  в (25), то он изменяется в очень узких пределах для данного класса транзисторов. Чтобы вписаться в экспериментальные характеристики нанотранзисторов, такие параметры для микротранзисторов, как  $\mu$  и  $v_{sat}$ , нужно адаптировать известным образом:

$$\mu \rightarrow \mu_{app}, v_{sat} \rightarrow v_{inj}, \quad (27)$$

что мы обсудим сейчас и убедимся в том, что кажущаяся подвижность  $\mu_{app}$  и скорость впрыскивания  $v_{inj}$  имеют вполне конкретный физический смысл.

### 3.3. Объединённая модель

На рисунке 5 показаны результаты расчёта характеристик баллистических MOSFET, вычисленных по (13.21) в предположении статистики Максвелла–Больцмана. Параметры MOSFET взяты из [8],



**Рис. 5.** Сплошными линиями показаны баллистические MOSFET согласно (78/[5]). Реальные параметры ETSOI MOSFET, включая терминальные сопротивления  $R_{SD} = R_S + R_D = 260$  Ом·мкм, взяты из [8]. Предполагалось, что  $I_{OFF} = 100$  мкА·мкм, что приводит к  $V_T = 0,44$  В. Напряжение на затворе  $V_{GS} = 0,5(0,1)1,0$  В. Результаты модели виртуального истока вписаны в расчётные баллистические характеристики (кружки) [9].<sup>5</sup>

включая терминальные сопротивления. Модель виртуального истока по сути эмпирическая была вписана в эти расчётные характеристики MOSFET.

Подгонка параметров модели  $VS$  к расчётным характеристикам приводит к  $\mu_{app} = 654 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  и  $v_{inj} = 1,24 \cdot 10^7 \text{ см/с}$ . Подгоночный параметр в (25)  $\beta$  оказался равным 2,9; характерные его значения лежат в пределах 1,6–2,0 для реальных MOSFET, работающих ниже баллистического предела. Физический смысл параметра  $\beta$  не ясен, он служит просто подгоночным параметром в функции насыщения тока стока  $F_{SAT}$  согласно (25) с целью описать переход от линейной области выходной характеристики к её области насыщения. Параметры же  $\mu_{app}$  и  $v_{inj}$  имеют вполне ясный физический смысл. Чтобы убедиться в этом, нужно модель виртуального истока соотнести с транспортной моделью ЛДЛ. Сначала сравним токи в линейной части обеих моделей, затем перейдём к области насыщения и, наконец, получим цельные характеристики.

### 3.4. Линейная область: баллистическая модель и модель виртуального истока

Линейная область тока в баллистической модели даётся уравнением (61/[5]):

$$I_{DLIN}^{ball} = \left[ W \frac{2q^2}{h} \left( \frac{g_v \sqrt{2\pi m^* kT}}{2\pi\hbar} \right) \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_F) \right] V_{DS}, \quad (28)$$

$$\eta_F = \frac{E_{FS} - E_C(0)}{kT}, \quad (29)$$

где  $E_C(0)$  — дно зоны проводимости на вершине барьера.

Для небольших напряжений на стоке

$$F_{SAT} \rightarrow V_{DS} / V_{DSAT}, \quad v_x(V_{GS}, V_{DS}) \Big|_{x=0} \rightarrow \mu V_{DS} / L.$$

Из (18) линейный ток в модели  $VS$

$$I_{DLIN} = \frac{W}{L} |Q(V_{GS})| \mu V_{DS}, \quad (30)$$

что совпадает с результатом, вытекающим из традиционной теории MOSFET. Чтобы привести в соответствие ток в модели  $VS$  (30) с током в баллистической модели (28), нужно вместо традиционной подвижности  $\mu$  ввести в (28) кажущуюся подвижность  $\mu_{app}$  и тем самым уравнять эти оба выражения.

Только на первый взгляд кажется, что оба уравнения для тока

(28) и (30) различны. Так, например, мы ожидаем, что квазиравновесный ток должен зависеть от заряда инверсионного слоя  $Q(V_{GS})$ , как того требует электростатика MOS. Это очевидно для традиционного выражения (30), но не сразу очевидно из выражения Ландауэра для баллистического тока (28). Обратите внимание на то, что величина электронного заряда  $Q$  определяет положение электрохимического потенциала  $\eta_F$  (29), а  $\eta_F$  фигурирует в (28), так что неявная зависимость тока от  $Q$  налицо в (28); необходимо только сделать эту зависимость явной.

В линейной области тока зависимость между инверсионным зарядом и электрохимическим потенциалом даётся выражением:

$$Q = -qn_s = -qN_{2D}\mathfrak{I}_0(\eta_F) = -q\left(g_v \frac{m^*kT}{\pi\hbar^2}\right)\mathfrak{I}_0(\eta_F). \quad (31)$$

Это то же самое выражение, что и (68/[5]) с  $\eta_{FS} \approx \eta_{FD} = \eta_F$ , а  $N_{2D}$  есть эффективная  $2D$ -плотность состояний (38/[5]). Теперь мы можем записать баллистический ток  $I_{DLIN}$  как

$$I_{DLIN}^{ball} = Q \left[ \frac{G_{ch}}{Q} \right] V_{DS} = |Q| \left[ \frac{W \frac{2q^2}{h} \left( \frac{g_v \sqrt{2\pi m^* kT}}{2\pi\hbar} \right) \mathfrak{I}_{-1/2}(\eta_F)}{q \left( g_v \frac{m^* kT}{\pi\hbar^2} \right) \mathfrak{I}_0(\eta_F)} \right] V_{DS}, \quad (32)$$

которое можно переписать следующим образом:

$$I_{DLIN}^{ball} = W |Q(V_{GS})| \left[ \frac{v_{inj}^{ball}}{2(kT/q)} \frac{\mathfrak{I}_{-1/2}(\eta_F)}{\mathfrak{I}_{+1/2}(\eta_F)} \right] V_{DS}, \quad (33)$$

где  $v_{inj}^{ball}$  даётся уравнением (22). Уравнение (33) идентично (28); в нем только зависимость от заряда показана в явном виде.

Уравнение (33) все ещё внешне отличается от привычного выражения (30). Разделим и умножим его на  $L$ . Тогда

$$I_{DLIN}^{ball} = \frac{W}{L} |Q(V_{GS})| \left[ \frac{v_{inj}^{ball} L}{2(kT/q)} \frac{\mathfrak{I}_{-1/2}(\eta_F)}{\mathfrak{I}_{+1/2}(\eta_F)} \right] V_{DS}. \quad (34)$$

Размерность выражения в квадратных скобках есть размерность подвижности  $[m^2/V \cdot s]$ . Это и есть обобщение подвижности по Шуру (54/[5]) на статистику Ферми–Дирака:

$$\mu_B \equiv \frac{v_{inj}^{ball} L}{2kT/q} \frac{\mathfrak{I}_{-1/2}(\eta_F)}{\mathfrak{I}_{+1/2}(\eta_F)}. \quad (35)$$

Наконец, линейный ток в баллистическом пределе

$$I_{DLIN}^{ball} = \frac{W}{L} |Q(V_{GS})| \mu_B V_{DS}, \quad (36)$$

что в точности совпадает с привычным выражением для квазиравновесного тока (30) с заменой лишь традиционной подвижности на баллистическую подвижность.

Итак, было показано, что баллистический ток в линейной области выходной характеристики (28) может быть записан традиционным образом как в модели виртуального истока (30), если только заменить привычную подвижность  $\mu$ , лимитированную рассеянием, на баллистическую подвижность  $\mu_B$  (35), как в уравнении (36). Физический смысл последней уже подробно обсуждался ранее.

### 3.5. Область насыщения: баллистическая модель и модель виртуального истока

Нам уже известно выражение тока насыщения в баллистическом пределе (64/[5]), а именно:

$$I_{DSAT}^{ball} = W \frac{2q}{h} \left( \frac{g_v \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \right) kT \frac{\sqrt{\pi}}{2} \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_F). \quad (37)$$

Оно выглядит совершенно иначе по сравнению с традиционным выражением для тока насыщения (32/[2]), а именно:

$$I_{DSAT} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{sat}. \quad (38)$$

Эти оба выражения совмещаются, если под  $v_{sat}$  понимать  $v_{inj}$ . Действительно, мы вправе ожидать, что ток  $I_{ON}$  должен быть пропорционален заряду  $Q$ , что дает нам право переписать (37) в виде:

$$I_{DSAT}^{ball} = W |Q| \frac{\frac{2q}{h} \left( \frac{g_v \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \right) kT \frac{\sqrt{\pi}}{2} \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_F)}{Q}. \quad (39)$$

Остаётся величину заряда в дроби выразить через  $\eta_F$ , как это мы уже делали в (31), и убедиться, что выражение в квадратных скобках есть ничто иное как  $v_{inj}^{ball} = \langle \langle v_x^+ \rangle \rangle$  (22). Тут есть, однако, одна тонкость, связанная с тем, что сейчас речь идёт о больших напряжениях на стоке. В этом случае, как уже обсуждалось в связи с рис. 3, только половина состояний на вершине барьера заселена. Поэтому вместо (31) для заряда мы должны записать

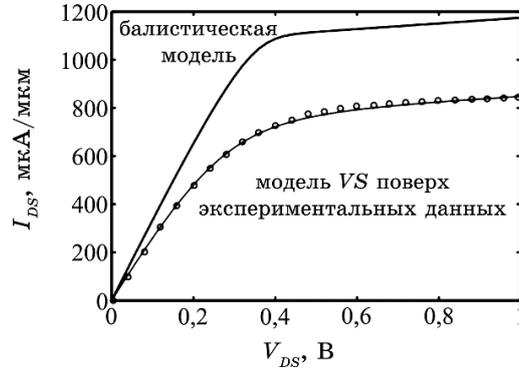
$$Q = -q \frac{N_{2D}}{2} \mathfrak{F}_0(\eta_F) = -q \left( g_v \frac{m^* kT}{2\pi\hbar^2} \right) \mathfrak{F}_0(\eta_F). \quad (40)$$

Это вызвано тем, что электроны с положительными скоростями, инжектированные истоком, продолжают занимать соответствующие состояния на вершине барьера, тогда как аналогичные состояния на вершине барьера, соответствующие электронам с отрицательными скоростями, инжектированным стоком, остаются пустыми, поскольку эти электроны поступают со стока с низким уровнем Ферми, так что вероятность для электронов со стока иметь энергию выше, чем энергия на вершине барьера, пренебрежимо мала. Подставляя заряд по (40) вместо заряда в квадратных скобках выражения (39), окончательно получаем

$$I_{DSAT}^{ball} = W |Q| \langle \langle v_x^+ \rangle \rangle = W |Q| v_{inj}^{ball}, \quad (41)$$

где  $v_{inj}^{ball} = \langle \langle v_x^+ \rangle \rangle$  есть баллистическая скорость впрыскивания (22). Уравнение (41) идентично уравнению (37). В нем просто зависимость от заряда выписана в явном виде.

Итак, было показано, что баллистический ток в области насыщения (37) может быть записан традиционным образом (38), если скорость насыщения  $v_{sat}$ , лимитированную рассеянием, заменить скоростью впрыскивания  $v_{inj}$ , роль которой играет баллистическая скорость впрыскивания  $v_{inj}^{ball} = \langle \langle v_x^+ \rangle \rangle$ , как в (41), которая есть не что иное, как средняя тепловая скорость, с которой электроны впрыс-



**Рис. 6.** Наверху: моделирование выходной характеристики баллистического ETSOI Si MOSFET: параметры, включая терминальные сопротивления, взяты из [8]; напряжение на затворе  $V_{GS} = 0,5$  В; хотя это и  $n$ -MOSFET, пороговое напряжение меньше нуля, так что имеет место приличный ток при  $V_{GS} = 0$  В. Внизу: сплошной линией показана экспериментальная характеристика 30 нм ETSOI  $n$ -FET [8] и вписанные в неё точки (кружочки) по модели VS [9].<sup>6</sup>

квиваются в каналы проводимости истоком. Физика насыщения скорости в баллистических MOSFET обсуждалась ранее.

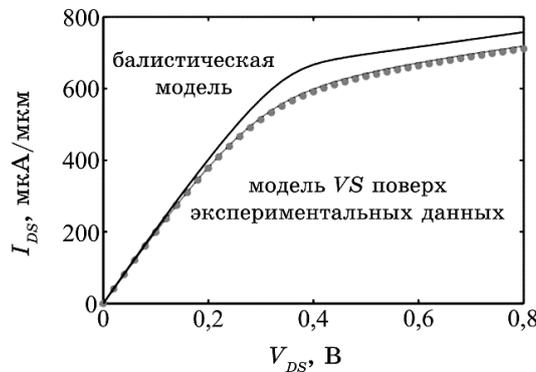
При совмещении модели виртуального истока с расчётными баллистическими характеристиками на рис. 5 параметры модели  $\mu_{app}$  и  $v_{inj}$  были подобраны так, чтобы наилучшим образом соответствовать расчётным данным. Вычислим оба параметра согласно (35) и (22) воспользовавшись данными для Si(100) с  $m^* = 0,19m_0$  и статистикой Максвелла–Больцмана. Получим значения

$$v_{inj}^{ball} = V_T = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} = 1,2 \cdot 10^7 \text{ см/с}, \quad \mu_B = \frac{v_{inj}^{ball} L}{2kT/q} = 692 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с},$$

которые довольно близки к подгоночным значениям  $v_{inj} = 1,24 \cdot 10^7$  см/с и  $\mu_{app} = 654$  см<sup>2</sup>/В·с.

### 3.6. Сравнение с экспериментальными результатами

С целью проверки, насколько хорошо баллистическая модель MOSFET описывает реальные транзисторы, по этой модели были просчитаны следующие две ситуации: 30 нм ETSOI *n*-FET из [8] (рис. 6) и 30 нм III–V FET/HEMT из [10] (рис. 7). На каждом из этих рисунков приведена выходная характеристика, рассчитанная по баллистической модели в предположении статистики Максвелла–Больцмана, и экспериментальные данные, в которые вписаны результаты расчётов по модели виртуального истока.



**Рис. 7.** Наверху: моделирование выходной характеристики баллистического III–V HEMT с параметрами, включая терминальные сопротивления, взятыми из [10]; напряжение на затворе  $V_{GS} = 0,5$  В; хотя это и *n*-HEMT, пороговое напряжение меньше нуля, так что имеет место приличный ток при  $V_{GS} = 0$  В. Внизу: сплошной линией показана экспериментальная характеристика 30 нм *n*-HEMT [10] и вписанные в неё точки (кружочки) по модели виртуального истока [9].<sup>7</sup>

Согласование экспериментальных данных с расчётными по модели виртуального истока позволило найти три важных параметра обоих транзисторов: 1) независимые от напряжения на затворе терминальные сопротивления; 2) кажущуюся подвижность; 3) скорость впрыскивания. Они собраны ниже в табл. Там же приведены однонаправленные тепловые скорости  $v_T$ , вычисленные в предположении статистики Максвелла–Больцмана с  $m^* = 0,22m_0$  для Si и  $m^* = 0,016m_0$  для III–V НЕМТ, экспериментальные ограниченные диффузией подвижности  $\mu$  и баллистические подвижности  $\mu_B$ , вычисленные по (35) в предположении статистики Максвелла–Больцмана.

Кажущаяся подвижность  $\mu_{app}$  служила параметром подгонки модели виртуального истока к экспериментальным результатам. Видим, что в обоих случаях, ETSOI Si MOSFET и III–V FET,  $\mu_{app}$  меньше и подвижности  $\mu$ , ограниченной рассеянием, и баллистической подвижности  $\mu_B$ . Позже мы убедимся в том, что  $\mu_{app}$  не просто подгоночный параметр, а является хорошо определённым физическим параметром даже при наличии рассеяния.

Отношение измеренного значения  $I_{ON}^{meas}$  к вычисленному баллистическому значению  $I_{ON}^{ball}$  может служить мерой того, насколько близко к баллистическому пределу работает реальный транзистор. Из графиков на рисунках 6 и 7 находим, что для ETSOI Si FET

$$B = I_{ON}^{meas} / I_{ON}^{ball} = 0,73 ,$$

а для III–V НЕМТ

$$B = I_{ON}^{meas} / I_{ON}^{ball} = 0,96 .$$

Эти результаты свидетельствуют о том, что Si MOSFET работают весьма близко к баллистическому пределу, а для III–V НЕМТ характерен существенно баллистический режим. Обратим также внимание на то обстоятельство, что кажущаяся подвижность  $\mu_{app}$ ,

ТАБЛИЦА. Сравнение параметров Si ETSOI MOSFET и III–V НЕМТ.<sup>8</sup>

| Свойство    | ETSOI Si FET      | III–V НЕМТ        | []                   |
|-------------|-------------------|-------------------|----------------------|
| $R_{SD}^*$  | 260               | 434               | Ом·мкм               |
| $\mu_{app}$ | 220               | 1800              | см <sup>2</sup> /В·с |
| $v_{inj}$   | $0,82 \cdot 10^7$ | $3,85 \cdot 10^7$ | см/с                 |
| $v_T$       | $1,14 \cdot 10^7$ | $4,24 \cdot 10^7$ | см/с                 |
| $\mu$       | 350               | 12500             | см <sup>2</sup> /В·с |
| $\mu_B$     | 658               | 2446              | см <sup>2</sup> /В·с |

\* $R_{SD} = R_S + R_D$ .

найденная из вписывания модели виртуального истока в экспериментальные результаты, сравнительно близка к традиционной подвижности  $\mu$  для Si FET, однако,  $\mu_{app} \ll \mu$  для III–V FET. Это также указывает на то, что Si FET работают ниже баллистического предела, а III–V FET — фактически на баллистическом пределе. Заметим также, что скорости впрыскивания  $v_{inj}$ , найденные из вписывания модели виртуального истока в экспериментальные результаты, меньше баллистических скоростей впрыскивания  $v_T$  и в тех, и в других FET.

Ещё одно замечание относительно использования статистики Максвелла–Больцмана в проведённом анализе данных. Выше порога более корректно использовать статистику Ферми–Дирака и учитывать такие усложнения как непараболичность подзон и вообще учёт множественности подзон. Более тщательный анализ предполагает учёт этих факторов, однако, сложившаяся практика привлечения статистики Максвелла–Больцмана к анализу экспериментальных данных, как правило, приводит к вполне физически правдоподобным результатам.

Итак, мы убедились, что результаты, как в линейной области выходных характеристик, так и в области насыщения, модели виртуального истока вполне совместимы с таковыми в баллистической модели. Мы теперь понимаем, почему традиционную подвижность для протяжённых каналов проводимости нужно заменить баллистической подвижностью, характерной для баллистического транспорта. Было также показано, что скорость насыщения в традиционной модели соответствует баллистической скорости впрыскивания в баллистической модели. Рисунки 5–7 показывают, что баллистическая модель предсказывает бóльшие токи по сравнению с экспериментальными данными, а профиль баллистических характеристик  $I_{DS} \propto V_{DS}$  заметно отличается от экспериментальных характеристик: переход от линейной области к области насыщения происходит в меньшем диапазоне напряжений на стоке. Представляется, что профиль перехода от линейности к насыщению связан с зависимостью напряжения на стоке от рассеяния. Чтобы разобраться в этом, нам потребуется углубиться в теорию рассеяния электронов в полевых транзисторах. Лучшее понимание явлений рассеяния поможет нам объяснить, почему скорость впрыскивания меньше баллистической скорости впрыскивания и как интерпретировать кажущуюся подвижность при наличии рассеяния.

Подведём итоги. Обсуждалась зависимость скорости электронов от напряжения на стоке в баллистических MOSFET, а также её зависимость от напряжения на затворе и от инверсионного заряда. На первый взгляд кажется необычным, что в баллистических MOSFET скорость насыщается с ростом напряжения на стоке в отсутствие рассеяния электронов, однако, физика этого явления сейчас вполне

понятна. В баллистических MOSFET скорость электронов насыщается не в стоковом конце канала проводимости, как в массивных транзисторах, где электрическое поле наибольшее и рассеяние интенсивное, а там, где заканчивается исток и начинается канал проводимости, т.е. на вершине барьера, где электрическое поле нулевое.

Мы также обсудили само по себе насыщение скорости, известное как баллистическая скорость впрыскивания. Именно эта скорость есть верхний предел скорости впрыскивания в реальных MOSFET. Если  $n_S \ll N_{2D}/2$ , то баллистическая скорость впрыскивания постоянная, однако, для  $n_S \gtrsim N_{2D}/2$  эта скорость растёт с увеличением поверхностной плотности электронов. Прделаны простые расчёты баллистической скорости впрыскивания, которые могут послужить отправной точкой для более тщательных вычислений.

Показано, как увязаны между собой баллистическая модель и модель виртуального истока. Простой заменой традиционной подвижности, лимитируемой рассеянием, в модели виртуального истока на баллистическую подвижность получаем правильный ход баллистического линейного тока. Заменой скорости насыщения  $v_{sat}$  в массивном канале проводимости на баллистическую скорость впрыскивания  $v_{inj}^{ball}$  получаем правильное значение баллистического тока  $I_{ON}$ . Также узнали, что баллистическая модель предсказывает бóльшие токи по сравнению с экспериментальными данными. Это связано с эффектами рассеяния электронов, понимание которого исключительно важно для моделирования нанотранзисторов.

В основу настоящего обзора положены лекции Марка Лундстрема 'Fundamentals of Nanotransistors' [9], прочитанные им в 2016 году в рамках инициативы Purdue University/nanohub.org/u.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Кругляк, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **16**, вып. 2: 201 (2018).
2. Ю. А. Кругляк, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **16**, вып. 2: 233 (2018).
3. Ю. А. Кругляк, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **16**, вып. 3: 465 (2018).
4. Ю. А. Кругляк, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **16**, вып. 3: 597 (2018).
5. J.-H. Rhew, Zhibin Ren, and M. Lundstrom, *Solid-State Electron.*, **46**: 1899 (2002).
6. M. Lundstrom and Zhibin Ren, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **49**: 133 (2002).
7. A. Majumdar and D. A. Antoniadis, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **61**: 351 (2014).
8. M. Lundstrom, *Fundamentals of Nanotransistors* (Singapore: World Scientific: 2018); [www.nanohub.org/courses/NT](http://www.nanohub.org/courses/NT).
9. D. H. Kim, J. A. del Alamo, D. A. Antoniadis, and B. Brar, *Intern. Electron Dev. Mtg. (IEDM), Technical Digest*, 861–864 (2009).

## REFERENCES

1. Yu. A. Kruglyak, *Nanosistemi, Nanomateriali, Nanotehnologii*, **16**, No. 2: 201 (2018) (in Russian).
2. Yu. A. Kruglyak, *Nanosistemi, Nanomateriali, Nanotehnologii*, **16**, No. 2: 233 (2018) (in Russian).
3. Yu. A. Kruglyak, *Nanosistemi, Nanomateriali, Nanotehnologii*, **16**, No. 3: 465 (2018) (in Russian).
4. Yu. A. Kruglyak, *Nanosistemi, Nanomateriali, Nanotehnologii*, **16**, No. 4: 597 (2018) (in Russian).
5. J.-H. Rhew, Zhibin Ren, and M. Lundstrom, *Solid-State Electron.*, **46**: 1899 (2002).
6. M. Lundstrom and Zhibin Ren, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **49**: 133 (2002).
7. A. Majumdar and D. A. Antoniadis, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **61**: 351 (2014).
8. M. Lundstrom, *Fundamentals of Nanotransistors* (Singapore: World Scientific: 2018); [www.nanohub.org/courses/NT](http://www.nanohub.org/courses/NT).
9. D. H. Kim, J. A. del Alamo, D. A. Antoniadis, and B. Brar, *Intern. Electron Dev. Mtg. (IEDM), Technical Digest*, 861–864 (2009).

*Odesa State Environment University,  
Lviv's'ka Str., 15,  
65016 Odesa, Ukraine*

<sup>1</sup> Fig. 1. Left: the dependence of the average velocity (3)  $\langle v_x(V_{DS}) \rangle|_{x=0} \equiv \langle v(0) \rangle$  on  $V_{DS}$ . Right:

Illustration of the change in the energy band at the low and high  $V_{DS}$  values.

<sup>2</sup> Fig. 2. Maxwell's velocity distribution of electrons in a nondegenerate semiconductor in a state of equilibrium [6].

<sup>3</sup> Fig. 3. The results of numerical simulation of a ballistic MOSFET with a conduction channel length of 10 nm. Left: Behaviour  $E_C(x) \propto x$  at high voltage on the gate and  $V_{DS} = 0, 0(0,1)0, 6$

V. Right: Distribution  $(v_x, v_y)$  at the top of the barrier for different values  $V_{DS}$  [6].

<sup>4</sup> Fig. 4. Ballistic injection rate  $v_{inj}^{ball}$  versus the surface density of 2D electrons when in DG SOI MOSFET. It was assumed that only the lower conductivity subband is occupied, so the corresponding effective mass  $m^* = 0,19m_0$  and valley degeneracy  $g_v = 2$  [7].

<sup>5</sup> Fig. 5. Solid lines show the ballistic MOSFET according to (78/[5]). The real parameters of the ETSOI MOSFET, including terminal resistors  $R_{SD} = R_S + R_D = 260 \Omega \cdot \mu\text{m}$  are taken from [8]. It was assumed that  $I_{OFF} = 100 \mu\text{A}/\mu\text{m}$ , which leads to  $V_T = 0.44$  V. The voltage at the gate  $V_{GS} = 0.5(0.1)1.0$  V. The results of the virtual source model are inscribed in the calculated ballistic characteristics (circles) [9].

<sup>6</sup> Fig. 6. Above: modelling the output of the ballistic ETSOI Si MOSFET: parameters, including terminal impedances, are taken from [8]; voltage on the gate  $V_{GS} = 0.5$  V; although this is an  $n$ -MOSFET, the threshold voltage is less than zero, so there is a decent current at  $V_{GS} = 0$  V. Below: a solid line shows the experimental characteristics of 30 nm ETSOI  $n$ -FET [8] and inscribed points (circles) in the VS model [9].

<sup>7</sup> Fig. 7. Above: simulation of the output characteristic ballistic III–V HEMT with parameters, including terminal impedances, taken from [10]; voltage on the gate  $V_{GS} = 0.5$  V; although it is  $n$ -HEMT, the threshold voltage is less than zero, so there is a decent current at  $V_{GS} = 0$ . Below: the solid line shows the experimental characteristics of 30 nm  $n$ -HEMT [10] and inscribed points (circles) in the virtual source model [9].

<sup>8</sup> TABLE. Comparison of parameters Si ETSOI MOSFET and III–V HEMT.