

PACS numbers: 46.15.-x, 46.25.Cc, 46.50.+a, 62.20.mt, 62.25.Mn, 81.05.Je, 81.40.Np

Моделювання впливу внутрішніх напружень на процес тріщиноутворення в керамічних матеріалах шаруватої системи $\text{Al}_2\text{O}_3-(\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{ZrO}_2)$

А. О. Гончаренко, С. В. Чорнобук, О. Ю. Попов, В. А. Макара

*Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
фізичний факультет,
вул. Володимирська, 64/13,
01601 Київ, Україна*

В роботі досліджується роль залишкових термічних напружень у керамічних матеріалах у формуванні напруженого стану при одноосному навантаженні зразка. Чисельний розв'язок системи рівнянь, що описують напружений стан, методом скінченних елементів (FEM) дає результати, які ілюструють вплив концентрації напружень на поведінку тріщин.

In this work, the role of residual thermal stresses in ceramic materials in the formation of a stressed state under uniaxial loading of the sample is investigated. The numerical solution of a set of equations describing a stressed state by means of the finite-element method (FEM) gives results illustrating the effect of stress concentration on the crack behaviour.

В работе исследуется роль остаточных термических напряжений в керамических материалах в формировании напряжённого состояния при одноосном нагружении образца. Численное решение системы уравнений, описывающих напряжённое состояние, методом конечных элементов (FEM) даёт результаты, иллюстрирующие влияние концентрации напряжений на поведение трещин.

Ключові слова: метода скінченних елементів, термічні напруження, кераміка, напружений стан.

Key words: finite-element method, thermal stresses, ceramics, stress state.

Ключевые слова: метод конечных элементов, термические напряжения, керамика, напряжённое состояние.

(Отримано 20 жовтня 2018 р; після доопрацювання — 13 грудня 2018 р.)

1. ВСТУП

Інтерес до надтвердих керамічних матеріалів пов'язаний з широким спектром потенційного застосування в різних галузях науки та техніки [1]. Зокрема, кераміки, завдяки низькій густині та високій твердості, є затребуваними при виготовленні засобів індивідуального захисту [2, 3]. Роль керамічної плити полягає у затупленні, дробленні та руйнуванні ударника, розсіюванні його кінетичної енергії. Типовими представниками броньових керамік є оксид алюмінію, карбіди кремнію та бору.

Численні дослідження показують істотний вплив таких параметрів як твердість [4, 5], пластичність [4, 6] та поведінка при фрагментації [7, 8] на продуктивність матеріалу при балістичних випробуваннях. Зокрема, в роботах [9–13] показано істотне підвищення балістичних характеристик керамічних зразків після нанесення на поверхню тонкого шару покриття. Однак, як вказують самі автори, механізм зміцнення не є однозначно зрозумілим. Остаточний взаємозв'язок між товщиною зміцненого шару та ступенем поліпшення властивостей також не було встановлено.

З метою уточнення впливу напруженого стану поверхневого шару на характер тріщиноутворення в алюмосилікатному склі в роботі [14] було проведено йонний обмін ($K^+ - Na^+$) шляхом занурення скла в сольовий розчин. В результаті такого процесу величина напружень у поверхневому шарі скла збільшується разом із збільшенням часу обміну, досягаючи 45 МПа при витримці на 500°C протягом 6 годин. Проведені дослідження показали, що фрагментація в одному і тому ж матеріалі приводить до утворення різних за формою та розмірами фрагментів, залежно від розподілу напружень при навантаженні. Суперпозиція поля залишкового напруження та поля напруження індентора забезпечує якісне розуміння ініціювання тріщини на напруженій поверхні.

Залежність механічних характеристик, а саме, тріщиностійкості та міцності, від розмірів та типу тріщин досліджено у [15, 16]. Встановлено, що деградація конструкційних матеріалів відбувається найбільш інтенсивно внаслідок стрімкого поширення радіальних тріщин. В свою чергу, медіанні тріщини уможливають локалізувати пошкодження в зоні контакту, сповільнюючи цим самим процес фрагментації. Таким чином, зміна характеру тріщиноутворення може дати змогу покращити продуктивність матеріалу при балістичних випробуваннях.

Метою даної роботи є дослідження можливості зміни характеру тріщиноутворення в напрямку формування більшої кількості медіанних тріщин шляхом підвищення рівня мікронапружень в поверхневому шарі керамічного матеріалу за рахунок введення в нього домішок із вищим значенням коефіцієнта термічного розширення.

2. МЕТОДИ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ, ГЕОМЕТРІЯ ЗАДАЧІ ТА ХАРАКТЕРИСТИКИ СКЛАДІВ

В якості модельного матеріалу було обрано шаруватий композит $\text{Al}_2\text{O}_3-(\text{Al}_2\text{O}_{3-x}\text{ZrO}_2)$, де $x = 0, 1,25, 2,5, 5, 10, 20$ об.%, компактований таким чином, що домішки тетрагонального оксиду(IV) цирконію ZrO_2 знаходяться виключно в поверхневому шарі. Такий матеріал може бути одержаний методом спікання при температурах $1400-1650^\circ\text{C}$ [17, 21, 22]. Схематичну будову досліджуваної системи представлено на рис. 1.

Деформаційну поведінку композиційного матеріалу $\text{Al}_2\text{O}_{3-x}\text{ZrO}_2$ під час навантаження було чисельно змодельовано за допомогою методу скінченних елементів (FEM) в програмному пакеті Calculix. В обраному моделюванні поведінку матеріалів Al_2O_3 та ZrO_2 вважаємо такою, що відповідає лінійно пружним тілам. Пружні властивості матеріалів в рамках роботи вважаємо наступними: Al_2O_3 — $E_m = 369,9$ ГПа, $\nu_m = 0,24$; ZrO_2 — $E_m = 210,3$ ГПа, $\nu_m = 0,21$ [18, 19].

В якості розрахункового моделювання взято пластину з оксиду алюмінію Al_2O_3 з розмірами $1 \times 1 \times 0,3$ мм. Товщина шару, в якому присутні домішки ZrO_2 складає $0,1$ мм. Враховуючи симетрію задачі, розрахунки проводилися з використанням 8-вузлових елементів HE-8(8-node 3D-linear brick element). Для забезпечення достатньої роздільної здатності сітки, всю область розбито на 7500 елементів.

Пружні характеристики модельованих систем обчислено за правилом сумішей; згідно з моделлю Voight [20, 21]: $E_{11} = V^f E_{11}^f + V^m E_{11}^m$ для модуля Юнга; $\nu_{12} = V^f \nu_{12}^f + V^m \nu_{12}^m$ для Пуассонового коефіцієнта.

Одержані склади з відповідними властивостями наведено у табл. 1.

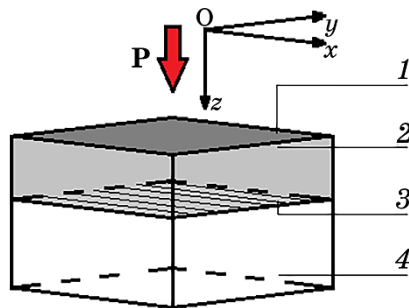


Рис. 1. Структура змодельованого матеріалу та постановка задачі одновісного навантаження. Цифрами позначено: 1 — поверхню контакту, до якої безпосередньо прикладається навантаження; 2 — перехідний шар Al_2O_3 , в якому присутні домішки ZrO_2 ; 3 — поверхню, на якій релаксують наведені в шарі 2 термічні напруження; 4 — шар Al_2O_3 , вільний від домішок.¹

ТАБЛИЦЯ. Склади та вибрані механічні характеристики досліджуваних систем.²

№	Склад зразка, % об.	Модуль Юнга E_{11} , ГПа	Пуассонів коефіцієнт ν_m
1	Al ₂ O ₃ — 100	369,9	0,24
2	Al ₂ O ₃ — 98,75; ZrO ₂ — 1,25	367,9	0,24
3	Al ₂ O ₃ — 97,5; ZrO ₂ — 2,5	365,9	0,24
4	Al ₂ O ₃ — 95; ZrO ₂ — 5	361,8	0,24
5	Al ₂ O ₃ — 90; ZrO ₂ — 10	353,9	0,235
6	Al ₂ O ₃ — 80; ZrO ₂ — 20	337,9	0,23

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА МЕТОДИКА МОДЕЛЮВАННЯ

Як показано авторами [22–24], тріщини в композиційних системах можуть бути ініційовані як залишковими внутрішніми напруженнями, так і зовнішніми навантаженнями. Внутрішні напруження в гетерофазній керамічній композиції виникають під час охолодження матеріалу від температури спікання внаслідок різниці коефіцієнтів термічного розширення матриці (Al₂O₃) та включень (ZrO₂). В разі існування мікронапружень такого типу тріщини в навантаженому матеріалі формуються внаслідок суперпозиції цих внутрішніх напружень із зовнішнім навантаженням. Очевидно, що наявність в матеріалі поля власних мікронапружень може істотно вплинути не тільки на величину критичного навантаження, при якому починається тріщиноутворення, але й на ймовірність виникнення радіальних або медіанних тріщин в тому чи іншому об'ємі.

Для спрощення розв'язання задачі напружений стан в моделюваному матеріалі задано наступним чином (рис. 1): 2 — область, в якій за рахунок введення домішок виникають мікронапруження (крім того, до верхньої основи 1 цієї зони і прикладаються навантаження); 3 — перехідна область, в якій релаксують наведені в зоні 2 напруження; 4 — область, в якій напруження відсутні.

Величину внутрішніх мікронапружень, що виникають в матеріалі при охолодженні від температури спікання внаслідок різниці коефіцієнтів термічного розширення ZrO₂ та Al₂O₃ в шарах 1 та 3, розраховано за допомогою рівнянь, представлених у роботі [25]. Так, напруження у шарі, насиченому включеннями, можуть бути розраховані за формулою:

$$\sigma_r = -4G_m \frac{1 + \nu_m}{3(1 - \nu_m)} \varepsilon^* \frac{a^3}{r^3};$$

тут G_m та ν_m — модуль зсуву та Пуассонів коефіцієнт відповідно; ε^* в загальному випадку визначається як

$$\varepsilon^* = \frac{(1 - \nu_m)}{(1 + \nu_m)} \varepsilon^T \frac{K_p}{3K_p + 4G_m},$$

де K_p — модуль об'ємного зсуву включення; $\varepsilon^m = \Delta\alpha\Delta T$ — тензор деформації. Тут ΔT — різниця температури в'язко-крихкого переходу та кімнатної температури; $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ — різниця коефіцієнтів термічного розширення матриці та фази включення.

Рівень напружень, що виникають в середині досліджуваної двошарової керамічної системи внаслідок навантаження, прикладеного до шару 2 (див. рис. 2), розраховано згідно з моделлю Йоффе за допомогою розв'язків задачі точкового навантаження пружного півпростору Boussinesq [26]. В якості навантаження в приведеній задачі було розглянуто вісне стиснення пластини в напрямі Oz . Межові умови в обраній задачі відповідають еластично закріпленому тілу, причому на межі 3 (рис. 1) відбувається релаксація поля зміщень і напружень ($\sigma_{zz} = \sigma_{rz} = 0, u_z = 0$).

Згідно з моделлю, представленою в роботі [14], вислідне поле напружень є сумою поля напруження навантаження \mathbf{P} , що прикладене до поверхні, та поля внутрішніх напружень \mathbf{B} . Значення \mathbf{B} залишається постійним внаслідок геометричної подібності задачі, а також незмінності твердості матеріалу. В [26] Йоффе встановлює наступне значення для \mathbf{B} : $|\mathbf{B}| = 0,06pR_0^2$, де p — тиск в зоні пластичності, такий, що $P = \pi R_0^2 p$, де R_0 — радіус контактної зони.

В сферичних координатах (r, θ, ϕ) рівняння, що визначають напружений стан, мають вигляд:

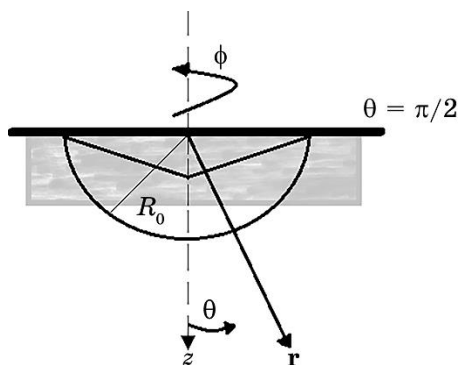


Рис. 2. Перехід до сферичних координат у задачі Boussinesq. Тут центр координатної системи поміщено в точку прикладання навантаження. Трикутня зона позначає відбиток; зона радіусом R_0 — пластична зона.³

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \frac{P}{4\pi r^2} (1 - 7 \cos \theta) + \frac{B}{r^3} (19 \cos^2 \theta - 7), \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{P}{4\pi r^2} \frac{(\cos^2 \theta)}{(1 + \cos \theta)} - \frac{B}{r^3} (\cos^2 \theta), \\ \sigma_{\phi\phi} &= \frac{P}{4\pi r^2} \left(\cos \theta - \frac{1}{(1 - \cos \theta)} \right) + \frac{B}{r^3} (2 - 3 \cos^2 \theta), \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{P}{4\pi r^2} \frac{(\sin \theta \cos \theta)}{(1 + \cos \theta)} - \frac{5B}{r^3} (\sin \theta \cos \theta).\end{aligned}$$

Як показано авторами [14], величиною, що визначає поведінку матеріалу при формуванні тріщин, є відношення величин $\sigma_{\phi\phi}$ до $\sigma_{\theta\theta}$, адже саме вони визначають ймовірність появи радіальних/медіанних тріщин. Так, компонента $\sigma_{\phi\phi}$ поля напружень при $\theta = \pi/2$ та $r = a$ відповідає за ініціювання радіальних тріщин, а компонента $\sigma_{\theta\theta}$ — за поширення медіанних при $\theta = \theta$ та $r = a$ відповідно.

4. РЕЗУЛЬТАТИ

Використовуючи експериментальні дані та закономірності, представлені в роботах [27, 28], визначено величину термічних напружень, що виникають в системі $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-ZrO}_2$. Так, коефіцієнт термічного розширення зі зростанням вмісту ZrO_2 лінійно зростає

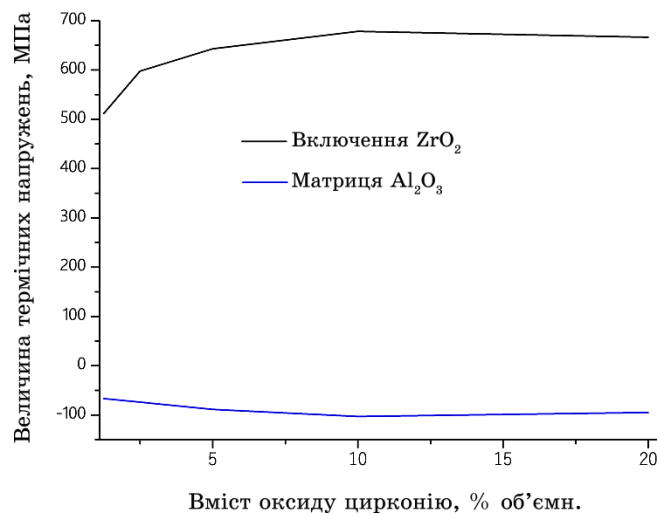


Рис. 3. Результати аналізу макроскопічних механічних властивостей, залежно від об'ємного вмісту оксиду цирконію.⁴

від $0,775 \cdot 10^{-5}$ до $1,06 \cdot 10^{-5} \text{ C}^{-1}$. В свою чергу, термічні мікронапруження досягають свого максимуму при вмісті оксиду цирконію порядку 10% об. та становлять $\sigma_{\text{ZrO}_2} = 678 \text{ МПа}$ у включеннях та $\sigma_{\text{Al}_2\text{O}_3} = -105 \text{ МПа}$ у матриці (рис. 3).

Аналіза напруженого стану шару (1) досліджуваної системи, наведеного зовнішнім точковим навантаженням, показує, що введення домішок до складу зразків приводить до перерозподілу напружень в матеріалі. На рисунку 4 представлено відносну зміну напружень на поверхні пластини (а) та всередині зразка (б) безпосередньо під точкою прикладеного навантаження. Результати вказують на те, що, залежно від складу поверхневого шару змодельованої структури, зростає внесок напружень розтягу по мірі зростання концентрації оксиду цирконію.

Враховуючи, що $\sigma(z) = \sigma_{\theta\theta}$ при проектуванні на вісь наванта-

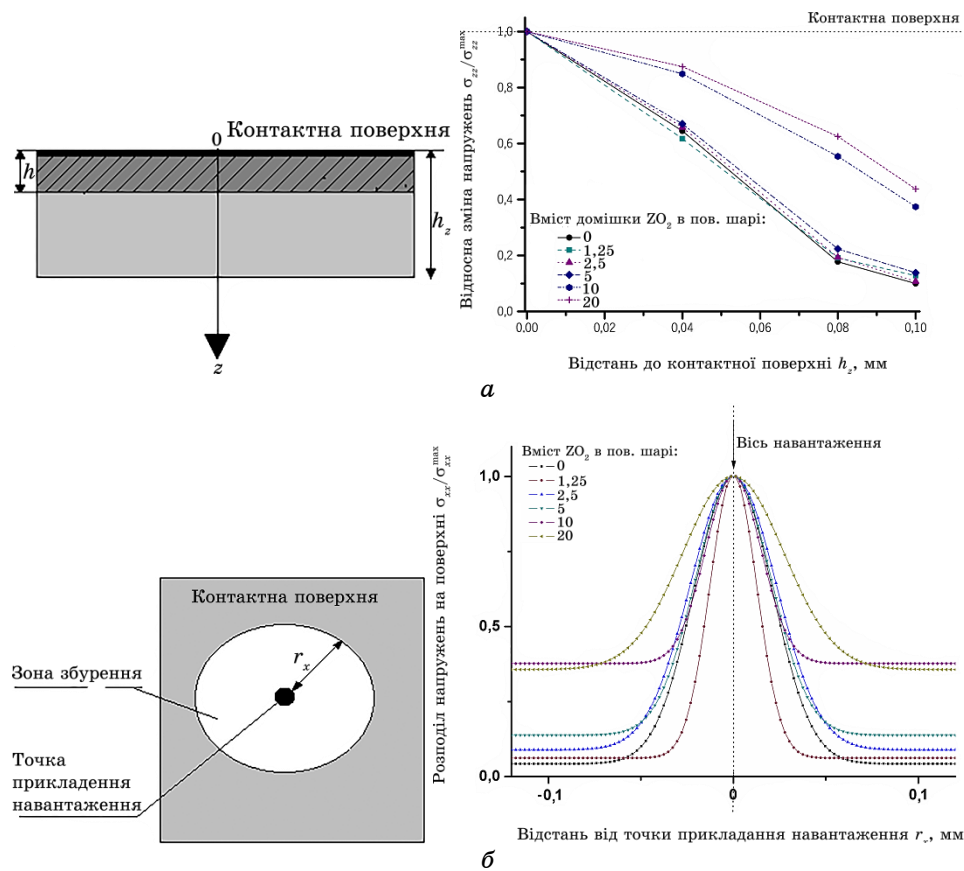


Рис. 4. Перерозподіл напружень у змодельованих зразках $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-ZrO}_2$: в поверхневому шарі (а) та в товщині зразка (б).⁵

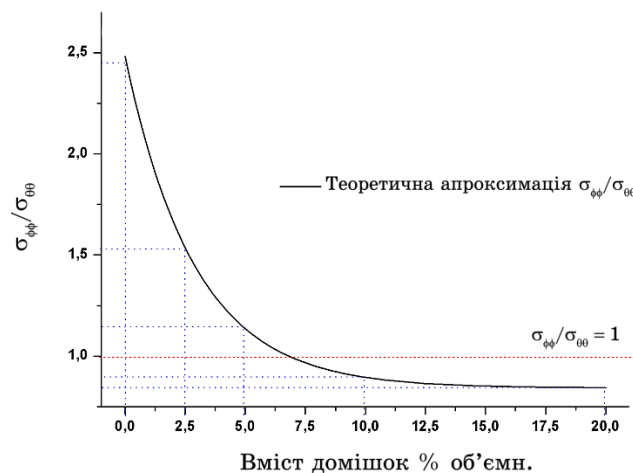


Рис. 5. Залежність напруженого стану поверхні керамічного матеріалу від його складу.⁶

ження $\theta = 0$ та на поверхні внаслідок суперпозиції полів напружень $\sigma_y = \sigma_x = \sigma(z) = \sigma_{\phi\phi}$, що відповідає значенню $\theta = \pi/2$, обчислені відношення $\sigma_{\phi\phi}/\sigma_{\theta\theta}$ показують (рис. 5), що внесення внутрішніх напружень шляхом збільшення вмісту домішок у зразках веде до зростання ймовірності появи медіанних тріщин. Так, при вмісті оксиду цирконію близько 7% поява медіанних і радіальних тріщин є рівноймовірною, в той час як частка медіанних тріщин при вмісті ZrO_2 в 10 та 20% становить 55% та 58% відповідно.

Таким чином, можемо зробити висновок, що додавання в поверхневий шар реального керамічного матеріалу на основі оксиду алюмінію домішки оксиду цирконію концентрацій, що перевищують 7,5 об.% уможлиблює змінити характер тріщиноутворення, а отже, і подальшого руйнування композиту, що уможливить локалізувати фрагментацію та запобігти надмірній деградації при навантаженні.

6. ВИСНОВКИ

1. Невідповідність термомеханічних характеристик матеріалів Al_2O_3 та ZrO_2 при спіканні веде до формування напруженого стану в товщі зразка.
2. Наведені таким чином напруження значною мірою впливають на характер тріщиноутворення при одновісному навантаженні, змінюючи співвідношення між ймовірністю утворення радіальних і медіанних тріщин.
3. Добір композиції зразка дає змогу не лише одержати матеріал

із визначеними механічними характеристиками, але й передбачити характер його руйнування.

4. Виготовлення матеріялу $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-ZrO}_2(x)$ з ґрадієнтним складом може привести до підсилення міцності пластини при балістичних випробуваннях шляхом локалізації процесу фрагментації.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА—REFERENCES

1. V. F. Berdikov, N. I. Bogomolov, A. V. Babanin, and M. D. Katrich, *Novoye v Oblasti Ispytaniy na Mikrotvyordost'* [Novelty in a Field of the Microhardness Testing] (Moscow: Nauka: 1974), p. 119 (in Russian); В. Ф. Бердіков, Н. И. Богомолов, А. В. Бабанин, М. Д. Катрич, *Новое в области испытаний на микротвердость* (Москва: Наука: 1974), с. 119.
2. *Legkie Ballisticheskie Materialy* [Lightweight Ballistic Materials] (Ed. A. Bhatnagar) (Moscow: Tekhnosfera: 2011) (Russian translation); *Легкие баллистические материалы* (Ред. А. Бхатнагар) (Москва: Техносфера: 2011) (пер. з англ.).
3. G. Gour, *Procedia Engineering*, **173**: 93 (2017); doi:10.1016/j.proeng.2016.12.040.
4. M. L. Wilkins, C. F. Cline, and C. A. Honodel, *Lightarmor. Livermore* (CA: Lawrence Radiation Laboratory, University of California: 1969).
5. D. Viechnicki, W. Blumenthal, M. Slavin, C. Tracy, and H. Skeelee, *Armor-Ceramics*, **27** (1987).
6. M. W. Chen, J. W. McCauley, D. P. Dandekar, and N. K. Bourne, *Nature Mater.*, **5**: 614 (2006); <http://dx.doi.org/10.1038/nmat.1689>.
7. A. Krell and E. Strassburger, *Mater. Sci. Eng. A*, **597**: 422 (2014); <http://dx.doi.org/10.1016/j.msea.2013.12.101>.
8. D. Ashkinand and R. Palicka, *Compositions for Improved Ceramic Armor* (Patent application 0240517) (Sep. 23, 2010).
9. S. Sarva, S. Nemat-Nasser, J. McGee, and J. Issacs, *International Journal of Impact Engineering*, **34**: 277 (2007).
10. A. Samiee, J. Issacs, and S. Nemat-Nasser, *Proceedings of SPIE 7644*, 76441Y-1 (2010).
11. P. Reddy, V. Madhu, K. Ramanjaneyulu, T. Balakrishna Bhat, K. Jayaraman, and N. Gupta, *Defence Science Journal*, **58**: 264 (2008).
12. J. McDonald and S. Satapathy, *Procedia Engineering*, **103**: 538 (2015).
13. D. B. Rahbek, J. W. Simons, B. B. Johnsen, T. Kobayashi, and D. A. Shockey, *International Journal of Impact Engineering*, **99**: 58 (2017).
14. R. Tandon and S. Jill Glass, *Journal of the European Ceramic Society*, **35**, No. 1: 285 (2015); <http://dx.doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2014.07.031>.
15. R. Tandon, D. J. Green, and R. F. Cook, *J. Am. Ceram. Soc.*, **73**, No. 191: 2619 (1990).
16. B. Lawn and R. Willshaw, *Journal of Materials Science*, **10**: 1049 (1975).
17. L. A. Xue, X. Wu, I-W. Chen, *J. Am. Ceram. Soc.*, **74**, No. 141: 842 (1991).
18. P. Auerkari, *Mechanical and Physical Properties of Engineering Alumina Ceramics* (Espoo: Technical Research Centre of Finland: 1996), vol. 1792.
19. C. Piconi and G. Maccauro, *Biomaterials*, **20**: 1 (1999).
20. K. K. Chawla, *Revista Brasileira de Física*, **4**, No. 3: 1974.

21. S. H. Kim, S. I. Hong, and S. J. Kim, *Journal of Materials Processing Technology*, **112**: 109 (2001).
22. H. E. Lutz and N. Claussen, *Journal of the European Ceramic Society*, **7**, Iss. 4: 209 (1991).
23. N. Claussen, J. Steeb, and R. F. Pabst, *Amer. Ceram. Soc. Bull.*, **55**: 559 (1977).
24. A. G. Evans and Y. Fu, *Fracture in Ceramics Materials* (Ed. A. G. Evans) (New Jersey: Noyes: 1984).
25. T. Mori and P. J. Withers, *Residual Stress: Interphase Stresses* (Ed. S. Hashmi) (Oxford: Elsevier: 2016).
26. E. H. Yoffe, *Philos. Mag. A*, **46**: 617 (1982).
27. P. Vena, *Meccanica*, **40**: 163 (2005); DOI 10.1007/s11012-005-3064-3.
28. P. F. Becher, *Transient Thermal Stress Behavior in ZrO₂-Toughened Al₂O₃* (Washington, D.C.: Naval Research Laboratory: 1980).

*Taras Shevchenko National University of Kyiv,
64/13, Volodymyrska Str.,
01601 Kyiv, Ukraine*

¹ **Fig. 1.** Structure of the modelled material and formulation of problem of a uniaxial loading. Figures mark out: 1—a contact surface, to which loading is directly put; 2—transition layer of Al₂O₃, within which there are impurity of ZrO₂; 3—a surface, on which thermal stresses induced in a 2nd layer relax; 4—layer of Al₂O₃, which is free from impurities.

² **TABLE.** Compositions and the selected mechanical characteristics of investigated systems.

³ **Fig. 2.** Transition to spherical co-ordinates in the Bousinesq problem. Here, the centre of co-ordinate system is placed into a load point. The triangular zone marks out an indentation; a zone with radius R_0 is a plastic zone.

⁴ **Fig. 3.** Results of the analysis of macroscopic mechanical characteristics depending on volume content of zirconium oxide.

⁵ **Fig. 4.** Redistribution of strains in modelled Al₂O₃-ZrO₂ samples: in surface layer (a) and in bulk of the sample (b).

⁶ **Fig. 5.** Dependence of a stressed state of a surface of a ceramic stuff on its composition.