

PACS numbers: 42.70.Qs, 42.79.Bh, 42.79.Wc, 77.84.Bw, 78.67.Pt, 81.70.Fy

## **Особенности распределения электрического поля в 1D фотонных кристаллах с тремя полуволновыми дефектами**

Ю. А. Первак, В. В. Федоров

*Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко,  
просп. Акад. Глушкова, 4, корп. 5,  
03022 Киев, Украина*

Исследованы спектральные характеристики пропускания пространственно-ограниченных 1D фотонных кристаллов с тремя полуволновыми дефектами. Фотонный кристалл состоит из 49 чередующихся слоёв оксидов кремния и титана. Найдена структура кристалла и положение полуволновых дефектов, при которых в области фотонной запрещённой зоны отчётливо проявляются три узкие разрешённые зоны. Исследовано влияние степени согласованности дефектов на положение возникающих разрешённых зон и пространственное распределение электрического поля в 1D фотонном кристалле. Установлено, что электрическое поле концентрируется в середине дефектных слоёв с меньшей диэлектрической проницаемостью, а в случае высокой диэлектрической проницаемости дефектного полуволнового слоя — на интерфейсах слоёв с низкой и высокой диэлектрической проницаемостью. Показано, что при увеличении разницы в толщине центрального и двух крайних резонаторов, образующих дефекты фотонного кристалла, существенно возрастает электрическое поле в области резонаторов. При разнице в толщинах 40% электрическое поле в области резонаторных слоёв превышает электрическое поле на входной поверхности в 5000 раз.

Досліджено спектральні характеристики пропускання просторово-обмежених 1D фотонних кристалів з трьома півхвильовими дефектами. Фотонний кристал містить 49 шарів оксидів кремнію і титану, що чергуються. Знайдено структуру кристалу і положення півхвильових дефектів, за яких в області фотонної забороненої зони виразно виявляються три вузькі дозволені зони. Досліджено вплив ступеня погодженості дефектів на положення дозволених зон, що виникають, і просторовий розподіл електричного поля в 1D фотонному кристалі. Встановлено, що електричне поле концентрується всередині дефектних шарів з меншою діелектричною проникністю, а у випадку високої діелектричної проникності дефектного півхвильового шару — на інтерфейсах шарів з низькою та високою діелектричною проникністю. Показано, що збільшення ріжниці в товщині

центрального та двох крайніх резонаторів, що утворюють дефекти фотонного кристалу, істотно зростає електричне поле в області резонаторів. За ріжниці в товщині у 40% електричне поле в області резонаторних шарів перевищує електричне поле на вхідній поверхні в 5000 разів.

Spectral transmission characteristics of the spatially bounded 1D photonic crystals with three half-wave defects are investigated. A photonic crystal consists of 49 alternating layers of silicon and titanium oxides. The structure of crystal and positions of half-wave defects are found, for which three narrow allowed bands distinctively manifest themselves in a region of the forbidden photonic zone. Influence of degree of compliance of defects on positions of the narrow transmission zones and spatial distribution of electric field within the 1D photonic crystal is investigated. As revealed, the electric field is concentrated in the middle of defect layers with a less permittivity, and in the case of high permittivity of defect half-wave layer, it concentrates on the interfaces of layers with low and high permittivity. As shown, the increase of difference in thicknesses of central and two outer resonators, which form the defects of photonic crystal, results in substantial increase of the electric field in resonators. At a difference in thicknesses of 40%, the electric field in resonator layers exceeds the electric field on an entrance surface by 5000 times.

**Ключевые слова:** фотонный кристалл, многослойные интерференционные структуры с резонаторами, пространственное распределение электрического поля.

(Получено 14 декабря 2011 г.)

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В разнообразных системах телекоммуникаций для частотной селекции широко используются многополуволновые интерференционные фильтры [1–3]. Фильтры представляют собой периодическую последовательность из четвертьволновых слоев, которая нарушается в определенных местах введением полуволновых слоев. В фотонике такие структуры получили название одномерных (1D) фотонных кристаллов с полуволновыми дефектами [4, 5]. Наличие полуволновых дефектов приводит к появлению фотонных разрешенных зон в середине запрещенной зоны фотонного кристалла. Недавно было показано, что при определенном выборе параметров многослойной структуры можно добиться четкого разделения этих разрешенных фотонных зон [6, 7]. В бездефектных 1D фотонных кристаллах на краях зоны Бриллюэна электрическое поле концентрируется в слоях с высокой диэлектрической проницаемостью в первой фотонной разрешенной зоне (ниже запрещенной зоны) и в слоях с низкой диэлектрической проницаемостью во второй разрешенной фотонной зоне (выше запрещенной зоны) [4, 5].

Целью настоящей работы является установление пространственного распределения электрического поля в области разрешенных фотонных зон, возникающих в запрещенной зоне фотонного кристалла при введении в него полуволновых структурных дефектов.

## 2. РАСЧЕТ

При заданных параметрах многослойной структуры ( $q$  — число слоев;  $n_r$  — показатель преломления;  $k_r$  — коэффициент экстинкции;  $d_r$  — толщина  $r$ -го слоя;  $n_m$  и  $k_m$  — оптические постоянные подложки;  $n_0$  и  $k_0$  — оптические постоянные внешней среды,  $\theta_0$  — угол падения) легко рассчитывается матричным методом [8] спектр пропускания  $T(\lambda)$ :

$$T = \frac{4\eta_0 \operatorname{Re}(\eta_m)}{(\eta_0 B + C)(\eta_0 B + C)^*}, \quad (1)$$

При этом характеристическая матрица ансамбля тонких пленок имеет вид:

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \left( \prod_{r=1}^q \begin{bmatrix} \cos \delta_r & (i \sin \delta_r) / \eta_r \\ i \eta_r \sin \delta_r & \cos \delta_r \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_m \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $\delta_r = (2\pi N_r d_r \cos \theta_r) / \lambda$  — фазовая толщина слоя (пленки),  $\eta_{r,m} = \chi_{vac} N_{r,m} \cos \theta_{r,m}$  для ТЕ-волны,  $\eta_{r,m} = \chi_{vac} N_{r,m} / \cos \theta_{r,m}$  для ТМ-волны,  $\chi_{vac} = 2,6544 \cdot 10^{-3} S$ ,  $\lambda$  — длина волны,  $N_r = n_r - ik_r$  — комплексный показатель преломления  $r$ -го слоя;  $\eta_0$  — оптическая проводимость внешней среды;  $\eta_m$  — оптическая проводимость подложки. Значения углов  $\theta_r$  определяются законом Снеллиуса:

$$N_0 \sin \theta_0 = N_r \sin \theta_r = N_m \sin \theta_m. \quad (3)$$

С помощью матричного метода можно получить соотношения для амплитуды электрического поля. Такое соотношение для границы раздела слоев  $i$  и  $i+1$  имеет вид:

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix} = \left( \prod_{r=1}^i \begin{bmatrix} \cos \delta_r & (i \sin \delta_r) / \eta_r \\ i \eta_r \sin \delta_r & \cos \delta_r \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} E_i \\ H_i \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $E_0, H_0$  — амплитуды электрического и магнитного полей на границе раздела структуры и внешней среды;  $E_i, H_i$  — амплитуды на искомой границе раздела. Таким образом, нахождение амплитуды электрического поля на любой границе раздела пленок сводится к решению матричного уравнения. Для определения величины элек-

трического поля в любой точке внутри пленки, можно ввести минимую границу раздела и записать такое же матричное соотношение. Если электрическое поле ( $|E^2|$ ) падающей волны принять равным 100%, то при коэффициенте отражения 1, электрическое поле на входной поверхности составит 400%. Электрическое поле внутри многослойной структуры может в определенных случаях значительно превышать 400%. Все расчеты были выполнены для нормального падения излучения ( $\theta_0 = 0$ ). При расчете спектральных характеристик многослойной структуры и амплитуды электрического поля учитывалась дисперсия выбранных материалов пленок и подложки. Для описания дисперсии материалов использовали формулу Коши. Показатель преломления для оксида кремния определяется по формуле  $n_L = 1,46 + (3,35 \cdot 10^{-3}/\lambda^2) + (1,41 \cdot 10^{-5}/\lambda^4)$ , а для оксида титана —  $n_H = 2,23 + (2,34 \cdot 10^{-3}/\lambda^2) + (7,69 \cdot 10^{-3}/\lambda^4)$ , где  $\lambda$  — длина волны в микронах. Учтена также дисперсия показателя преломления подложки:  $n_S = 1,50 + (5,33 \cdot 10^{-3}/\lambda^2) + (4,92 \cdot 10^{-4}/\lambda^4)$ . Экстинкция пленок и подложки в данном спектральном диапазоне не превышает  $10^{-5}$  и в расчетах не учитывалась.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

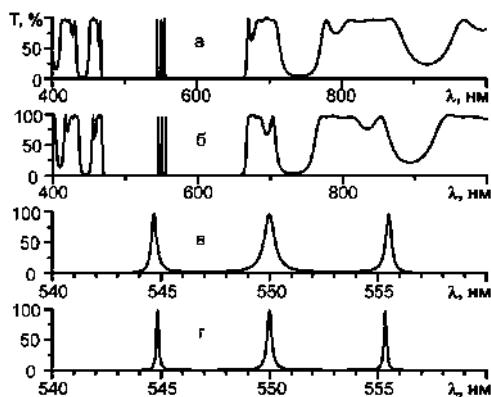
Исследуемая многослойная структура 1D фотонного кристалла состояла из 49 слоев  $\text{SiO}_2$  и  $\text{TiO}_2$ , находящихся на стеклянной подложке. Структурная формула имеет вид  $S[(LH)^6L]^4S_0$ , где  $S$  и  $S_0$  полубесконечные среды стекла и воздуха, соответственно;  $L$  и  $H$  — четвертьволновые слои ( $n_L d_L = n_H d_H = \lambda_0/4$ )  $\text{SiO}_2$  и  $\text{TiO}_2$  соответственно;  $\lambda_0 = 550$  нм. В этой структуре есть три полуволновых слоя (три резонатора), что становится очевидным, если структурную формулу представить в следующем виде

$$S(LH)^6(2L)(HL)^5H(2L)(HL)^5H(2L)(HL)^6. \quad (5)$$

В общем случае, когда возможны отклонения оптической толщины резонаторов от полуволновой, удобно использовать структурную формулу

$$S(LH)^6(xL)(HL)^5H(yL)(HL)^5H(zL)(HL)^6. \quad (6)$$

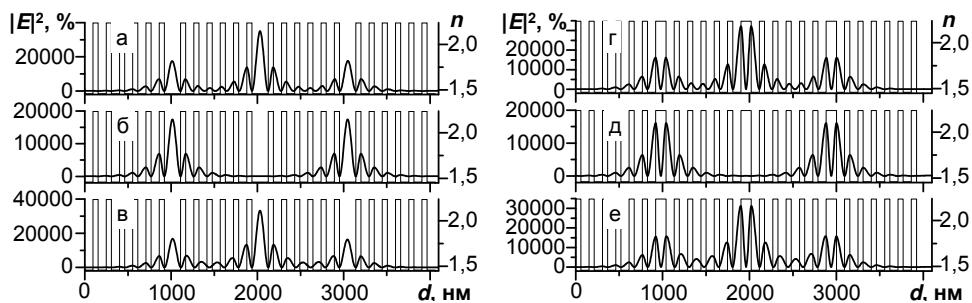
В выражении (6) при полуволновой оптической толщине резонаторов  $x = y = z = 2$ . На рисунке 1 приведены спектры пропускания структур  $S(LH)^6(2L)(HL)^5H(2L)(HL)^5H(2L)(HL)^6$  и  $S(HL)^6(2H)(LH)^5L(2H) \times (LH)^5L(2H)(LH)^6$ . Структуры содержат 49 слоев  $\text{SiO}_2$  и  $\text{TiO}_2$ . Различие структур в том, что в одной из них первый, последний и полуволновые слои выполнены из  $\text{SiO}_2$ , а в другой — из  $\text{TiO}_2$ . Полная оптическая толщина структур и оптическая толщина полуволновых



**Рис. 1.** Спектральные зависимости пропускания фотонных структур:  $S(LH)^6(2L)(HL)^5H(2L)(HL)^5H(2L)(HL)^6$  — а, в;  $S(HL)^6(2HL)(LH)^5L(2H)(LH)^5L(2H)(LH)^6$  — б, г.

резонаторов в обеих конструкциях совпадают. Однако коэффициенты отражения многослойных зеркал, между которыми расположены полуволновые резонаторы, выше в структуре с резонаторами из  $TiO_2$ . Это приводит к тому, что наблюдаемые в фотонной запрещенной зоне полосы пропускания оказываются более узкими в структуре с резонаторами из  $TiO_2$ . Точное положение полос пропускания приведено в таблице. Следует отметить, что крайние полосы пропускания существенно уже средней полосы пропускания. Это указывает на то, что пространственное распределение электрического поля внутри исследованных структур должно существенно отличаться на длинах волн, соответствующих трем полосам пропускания в запрещенной фотонной зоне.

На рисунке 2 показано пространственное распределение электрического поля в исследуемых структурах, а также профиль показателя преломления вдоль структуры. Хорошо видно, что в обеих структурах на длине волны максимального пропускания средней полосы пропускания (550 нм) электрическое поле концентрируется в области крайних резонаторов и почти отсутствует в области центрального резонатора. При этом максимальное значение поля превышает более чем в 4 раза максимально возможное поле на входной поверхности. На длинах волн двух крайних полос пропускания (544,68 и 555,76 нм для структуры с резонаторами на  $SiO_2$ , 544,84 и 555,35 нм для структуры с резонаторами на  $TiO_2$ ) поле концентрируется в области всех трех резонаторов. Причем, поле в области крайних резонаторов практически такое же, как и в случае поля на длине средней полосы пропускания, а в области среднего резонатора оно вдвое больше. Суммарное поле на длинах волн крайних полос пропускания более чем вдвое превышает поле на длине волны сред-

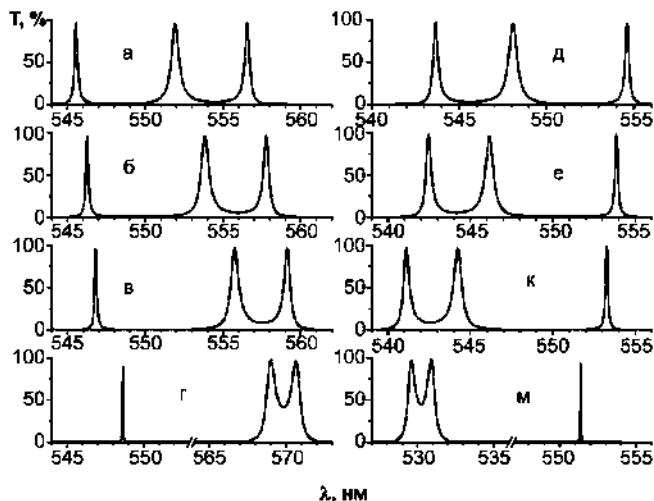


**Рис. 2.** Пространственное распределение электрического поля  $|E|^2$  (сплошные жирные кривые) и показателя преломления  $n$  (сплошные тонкие линии) в фотонных структурах:  $S(LH)^6(2L)(HL)^5H(2L)(HL)^5H(2L)(HL)^6$  —  $a$ ,  $б$ ,  $в$ ;  $S(HL)^6(2HL)(LH)^5L(2H)(LH)^5L(2H)(LH)^6$  —  $г$ ,  $д$ ,  $е$ .

ней полосы пропускания. Можно утверждать, что добротность системы на длинах волн крайних полос значительно выше, что и приводит к меньшей ширине крайних полос пропускания. Электрическое поле концентрируется в середине резонаторных полуволновых слоев из  $\text{SiO}_2$  и минимизируется в середине аналогичных слоев из  $\text{TiO}_2$ .

Отмеченные закономерности изменения поля, связанные с диэлектрической проводимостью резонаторных слоев, сохраняются и при изменении согласованности резонаторов. Поэтому далее ограничимся рассмотрением структур с резонаторными слоями из  $\text{SiO}_2$ .

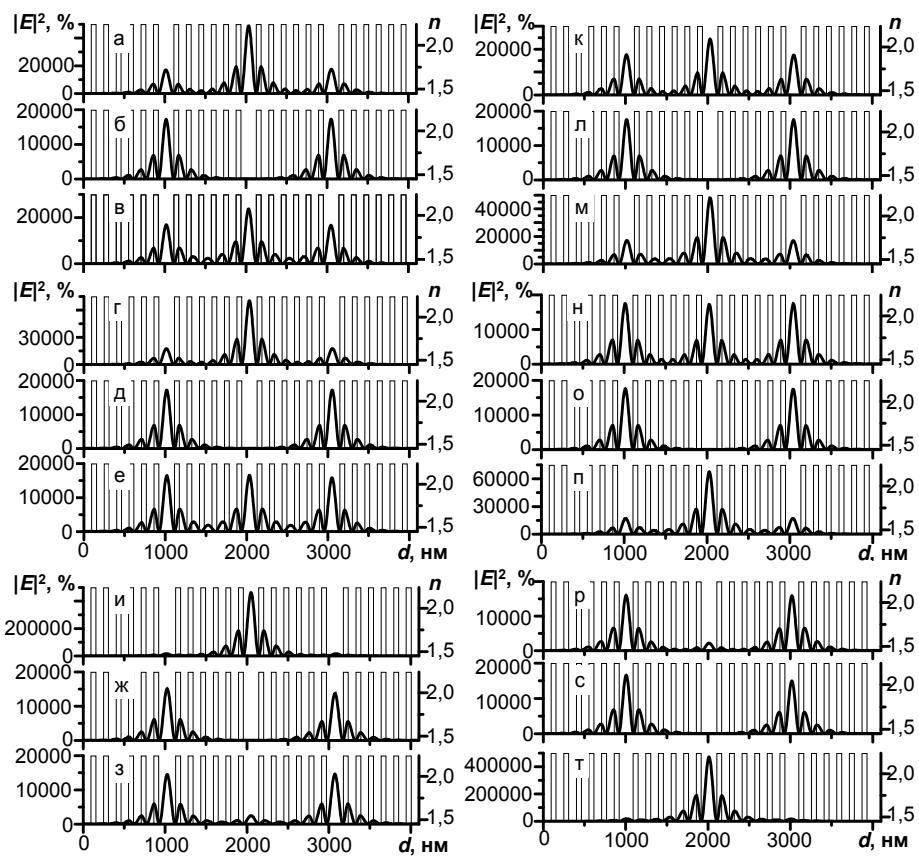
На рисунке 3 приведены спектры пропускания структур  $S(LH)^6 \times (xL)(HL)^5H(2L)(HL)^5H(zL)(HL)^6$  при синхронных изменениях параметров  $x$  и  $z$ , оставляющих в целом многослойную систему симметричной. Увеличение толщины крайних резонаторов приводит к смещению полос пропускания в запрещенной зоне в длинноволновую сторону, а уменьшение — к смещению в коротковолновую сторону. Если толщина крайних резонаторов больше толщины среднего, то постепенное увеличение толщины крайних резонаторов приводит к постепенному сближению средней и длинноволновой полос пропускания. При этом их полуширина практически сохраняется. В то же время ширина коротковолновой полосы пропускания очень быстро уменьшается. Если толщина крайних резонаторов меньше толщины среднего, то постепенное уменьшение толщины крайних резонаторов приводит к постепенному сближению средней и коротковолновой полос пропускания. При этом их полуширина практически сохраняется. В то же время ширина длинноволновой полосы пропускания очень быстро уменьшается. Такое поведение спектров пропускания свидетельствует о возможности значительной концентрации электрического поля внутри многослойной структуры на частотах, которые соответствуют полосам пропускания с резко



**Рис. 3.** Спектральные зависимости пропускания  $T(\lambda)$  фотонных структур  $S(LH)^6(xL)(HL)^5H(2L)(HL)^5H(zL)(HL)^6$ :  $x = z = 2,02$  (а);  $x = z = 2,04$  (б);  $x = z = 2,06$  (в);  $x = z = 2,2$  (г);  $x = z = 1,98$  (д);  $x = z = 1,96$  (е);  $x = z = 1,94$  (к);  $x = z = 1,8$  (м).

уменьшающейся шириной при изменении параметров резонаторных слоев. И действительно, при определенных параметрах системы внутри нее можно получать электрические поля, которые в тысячи раз выше максимально возможных полей на входной поверхности.

На рисунке 4 приведены зависимости пространственного распределения электрического поля в некоторых структурах, а также профиль показателя преломления, что позволяет четко идентифицировать отдельные слои. При равенстве оптических толщин всех трех полуволновых резонаторов электрическое поле концентрируется во всех трех резонаторах на частотах, которые соответствуют крайним полосам пропускания, и только в крайних резонаторах на частоте центральной полосы пропускания (рис. 2). При увеличении толщины крайних резонаторов по сравнению с центральным резонатором наблюдаются следующие закономерности. Электрическое поле на частотах, соответствующих длине волны максимального пропускания средней полосы пропускания, практически не изменяется. Максимальные значения этого поля примерно в 50 раз превышают максимально возможное поле на входной поверхности. Электрическое поле на частотах коротковолновой полосы пропускания существенно изменяется, стремясь сконцентрироваться в центральном резонаторе. Электрическое поле, измеряемое в %, изменяется в последовательности 35000:48860:70270:97150:171600:462650:2113910 при  $x = z$ , изменяющихся в последовательности 2:2,02:2,04:2,06:2,1:2,2:2,5 соответ-



**Рис. 4.** Пространственное распределение электрического поля  $|E|^2$  (сплошные жирные кривые) и показателя преломления  $n$  (сплошные тонкие линии) в фотонных структурах  $S(LH)^6(xL)(HL)^5H(2L)(HL)^5H(zL)(HL)^6$ :  $x = z = 2,02$  (*a–б*);  $x = z = 2,04$  (*в–е*);  $x = z = 2,2$  (*и–з*);  $x = z = 1,98$  (*к–м*);  $x = z = 1,96$  (*н–п*);  $x = z = 1,8$  (*р–т*). Для каждой из структур приведено по три распределения поля на длинах волн максимального пропускания полос  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  в порядке возрастания длины волны. Точные значения  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  приведены в табл.

ственno. Если эту последовательность представить в виде соотношения чисел, указывающих во сколько раз максимальное поле в структуре больше максимально возможного поля на входной поверхности, то при округлении до целых чисел она будет иметь вид 88:122:176:243:429:1157:5285. Электрическое поле на частотах, соответствующих длинноволновой полосе пропускания, при тех же изменениях  $x$  и  $z$  постепенно начинает все больше концентрироваться в двух крайних резонаторах (рис. 2 и рис. 4).

Причем, уже при  $x = z = 2,2$  распределения электрического поля

**ТАБЛИЦА.** Значения длин волн  $\lambda$  максимального пропускания  $T$  трех полос пропускания в запрещенной зоне фотонной структуры  $S(LH)^6(xL)(HL)^5 \times H(yL)(HL)^5 H(zL)(HL)^6$  (1–11) и  $S(HL)^6(xH)(LH)^5 L(yH)(LH)^5 L(zH)(LH)^6$  (12–13).

| №<br>пп | $x$  | $y$ | $z$  | $\lambda_1$ , нм | $T_1$ , % | $\lambda_2$ , нм | $T_2$ , % | $\lambda_3$ , нм | $T_3$ , % |
|---------|------|-----|------|------------------|-----------|------------------|-----------|------------------|-----------|
| 1       | 2    | 2   | 2    | 544,68           | 95,71     | 550,00           | 95,76     | 555,50           | 95,75     |
| 2       | 2,02 | 2   | 2,02 | 545,55           | 95,76     | 551,92           | 95,78     | 556,57           | 95,74     |
| 3       | 2,04 | 2   | 2,04 | 546,25           | 95,58     | 55384            | 95,86     | 557,79           | 95,76     |
| 4       | 2,06 | 2   | 2,06 | 546,82           | 95,73     | 555,76           | 95,94     | 559,15           | 95,76     |
| 5       | 2,1  | 2   | 2,1  | 547,63           | 95,55     | 559,55           | 96,29     | 562,16           | 95,77     |
| 6       | 2,2  | 2   | 2,2  | 548,65           | 90,26     | 569,01           | 97,61     | 570,66           | 95,77     |
| 7       | 2,5  | 2   | 2,5  | 549,53           | 95,58     | 595,72           | 99,94     | 596,63           | 95,79     |
| 8       | 1,98 | 2   | 1,98 | 543,65           | 95,73     | 548,08           | 95,78     | 554,6            | 95,69     |
| 9       | 1,96 | 2   | 1,96 | 542,45           | 95,75     | 546,15           | 95,82     | 553,87           | 95,76     |
| 10      | 1,94 | 2   | 1,94 | 541,11           | 95,71     | 544,23           | 95,96     | 553,28           | 95,76     |
| 11      | 1,8  | 2   | 1,8  | 529,6            | 95,73     | 530,9            | 97,80     | 551,38           | 94,21     |
| 12      | 2    | 2   | 2    | 544,84           | 95,58     | 550              | 95,76     | 555,35           | 95,35     |
| 13      | 2,06 | 2   | 2,06 | 546,91           | 95,72     | 555,56           | 95,78     | 558,89           | 95,76     |

на частотах средней и длинноволновой полос пропускания практически совпадают. В случае уменьшения толщины крайних резонаторов по сравнению с центральным резонатором, наблюдаются почти такие же закономерности. Электрическое поле на частотах, соответствующих длине волн максимального пропускания средней полосы пропускания, как и в предыдущем случае, практически не изменяется. Максимальные значения этого поля примерно в 40–50 раз превышают максимально возможное поле на входной поверхности. В отличие от предыдущего случая, электрическое поле на частотах длинноволновой полосы пропускания существенно изменяется, стремясь сконцентрироваться в центральном резонаторе. Электрическое поле на частотах, соответствующих коротковолновой полосе пропускания, при тех же изменениях  $x$  и  $z$  постепенно начинает все больше концентрироваться в двух крайних резонаторах (рис. 2 и рис. 4). Причем, уже при  $x = z = 1,8$  распределения электрического поля на частотах средней и коротковолновой полос пропускания практически совпадают.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Наблюдаемые закономерности распределения электрического поля в 1D фотонных структурах могут оказаться полезными при разра-

ботке разнообразных светоизлучающих структур, позволяя добиваться максимальной их эффективности. Понимание закономерностей распределения электрического поля внутри структуры позволит оптимально вводить центры излучения, создавая для них наиболее благоприятные условия, позволяющие избегать излишних затрат энергии на их возбуждение.

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Н. Марков и др., *Оптика и спектроскоп.*, **43**: 984 (1977).
2. Ю. Н. Марков и др., *ЖПС*, **33**: 536 (1980).
3. Ю. Н. Марков, *Оптика и спектроскоп.*, **54**: 173 (1983).
4. J. D. Joannopoulos, R. D. Meade, and J. N. Winn, *Photonic Crystals* (Princeton: Princeton University Press: 1995).
5. В. Ю. Первак та ін., *Фізика фотонних кристалів* (Київ: Академперіодика: 2007).
6. Ю. О. Первак, В. В. Федоров, *Вісник Київського університету. Сер. фіз.-мат. н.*, **2**: 201 (2011).
7. Ю. О. Первак, В. В. Федоров, *Вісник Київського університету. Сер. фіз.-мат. н.*, **1**: 259 (2011).
8. H. A. Macleod, *Thin-Film Optical Filters* (Philadelphia, PA: Institute of Physics Publishing: 2001).