

PACS numbers: 03.75.Hh, 03.75.Nt, 71.35.Lk, 73.21.Fg, 78.67.De

## **Пространственное распределение экситонных конденсированных фаз в полупроводниковых квантовых ямах во внешних полях**

В. И. Сугаков, В. В. Томилко\*, А. А. Чернюк

*Институт ядерных исследований НАН Украины,  
просп. Науки, 47,  
03680, ГСП, Киев, Украина*

*\*Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко,  
просп. Академика Глушкова, 2,  
03022 Киев, Украина*

Изучены условия образования и свойства структур в пространственной зависимости плотности непрямых экситонов в двойных квантовых ямах в полупроводниках при условиях: 1) модуляции периодическим в пространстве электростатическим полем и 2) наличия внешнего гармонического потенциала для экситонов. Выполненные расчёты показали, что в случае 1 при слабых накачках распределение состоит из периодически расположенных валов. При накачках, больше пороговых, помимо периодической зависимости в распределении плотности, обусловленной полем, возникает расслоение валов плотности экситонов на островки конденсированной фазы экситонов в поперечном направлении. Появление островков объясняется существованием конденсированной фазы экситонов и неравновесностью системы вследствие конечного времени жизни экситонов и наличия накачки. В случае 2 распределение экситонов имеет вид концентрических окружностей, разбитых на отдельные островки конденсированных экситонов. С увеличением интенсивности накачки структура принимает вид сплошных колец. Найдена зависимость возникающих структур от параметров (глубины потенциала, периода модуляции и др.).

Вивчено умови виникнення і властивості структур у просторовому розподілі густини непрямих екситонів у подвійних квантових ямах у напівпровідниках за умови: 1) модуляції періодичним у просторі електростатичним полем і 2) наявності зовнішнього гармонічного потенціалу для екситонів. Виконані розрахунки показали, що у випадку 1 за слабких помпвань розподіл складається з періодично розташованих валів. За помпвань, більших за порогові, окрім періодичної залежності в розподілі густини, обумовленої полем, виникає розшарування валів густини екситонів на окремі острівці конденсованої фази екситонів у поперечному напрям-

ку. Поява острівців пояснюється існуванням конденсованої фази екситонів і нерівноважністю системи внаслідок скінченного часу життя екситонів і наявності помпування. У випадку 2 розподіл екситонів має вигляд концентричних кілець, розбитих на окремі острівці конденсованих екситонів. Зі збільшенням інтенсивності помпування структура набуває вигляду суцільних кілець. Знайдено залежність виникаючих структур від параметрів (глибини потенціалу, періоду модуляції та ін.)

Conditions of formation and properties of structures in spatial dependence of indirect-exciton density in double quantum wells in semiconductors are investigated in cases of: 1) the modulation by spatially periodic electrostatic field and 2) the presence of external harmonic potential for excitons. The simulations show that, in case 1 at small values of the pumping, the distribution consists of periodically located shafts. At pumpings, which are higher than the threshold value, besides periodic dependence in density distribution caused by the field, the stratification of shafts of the exciton density into separate islands of the exciton-condensed phase appears in the transversal direction. Islands appearance is caused by both the appearance of the exciton condensed phase and the inhomogeneity of a system due to finite exciton lifetime and pumping presence. In case 2, the exciton distribution is placed in the form of concentric circles, which are broken into separate islands of the condensed excitons. With increasing pumping intensity, the structure takes form of solid circles. The dependence of appeared structures on the parameters (potential depth, modulation period etc.) is revealed.

**Ключевые слова:** конденсация экситонов, квантовые ямы, самоорганизация.

*(Получено 19 октября 2010 г.)*

## 1. ВСТУПЛЕНИЕ

Одной из интересных идей в физике является поиск бозе-эйнштейновской конденсации экситонов [1]. Обнаружить её в объёмных полупроводниках до настоящего времени не удавалось. Сильным толчком стало изучение низкоразмерных систем, а именно двойных квантовых ям [2]. В. Б. Тимофеев совместно с сотрудниками обнаружил очень узкую линию в спектрах люминесцентного излучения непрямых экситонов [3], которая вела себя необычным образом в зависимости от температуры и накачки. Интересные особенности были обнаружены в пространственной структуре: периодическое разбиение кольца излучения, концентрического пятну лазерного возбуждения [4]; структура в виде островков излучения под ободком круглого окна в электроде, через которое возбуждались экситоны в квантовой яме [5]. При этом форма образованных структур не была вызвана симметрией системы или внешними факторами, и потому вызвала значительный интерес у теоретиков. Существуют теоретические модели, в которых появление структур связывается с бо-

зе-статистикой [6–8] или с описанием системы нелинейным уравнением Шредингера [9], однако комплекс особенностей, — пространственного размещения островков излучения, а также проявления структур с изменением накачки, температуры и внешних условий, — в них не объяснялись.

В цикле наших работ [10–13] удалось объяснить вышеупомянутые и другие особенности периодического размещения излучения из квантовых ям. Главным для объяснения является то, что система является неравновесной вследствие конечного времени жизни экситона. Были применены две модели теории фазовых переходов, обобщённые на конечное время жизни частиц. Одна из моделей — статистическая теория рождения–гибели (модель Лифшица–Слёзова) [10,11]. С помощью этой модели удалось объяснить фазовую диаграмму в упомянутых работах В. Б. Тимофеева [3], зависимость интенсивности излучения от накачки и температуры. Для наглядности очень полезной оказалась теория спиnodального распада [12, 13] (модель Кана–Хиллерта), в которой удалось описать переход фрагментированного кольца в сплошное кольцо люминесценции с изменением параметров системы [12], периодическое размещение островков излучения под круглым отверстием металлического электрода [13], поведение структуры с изменением накачки или температуры, а также другие результаты, сложно достижимые в рамках статистической модели.

В данной работе будет рассмотрено поведение во внешних неоднородных полях. Мы рассмотрим поведение системы экситонов в двух случаях внешнего поля: 1) в периодическом вдоль определённого направления потенциала; 2) в потенциале, имеющем форму аксиально-симметричного гармонического профиля.

Экситонная система с ловушкой из периодического поля исследовалась на опыте [14].

## 2. МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ

Для рассмотрения распределения плотности экситонов используем подход, применяемый при изучении спиnodального распада, обобщив метод на нестабильные частицы и учтя наличие накачки. Закон сохранения для плотности экситонов  $n$  имеет вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\operatorname{div} \mathbf{j} + G - \frac{n}{\tau}, \quad (1)$$

где  $G$  — накачка,  $\mathbf{j} = -M\nabla\mu$  — плотность тока экситонов,  $\mu$  — химический потенциал,  $M$  — подвижность экситонов. Для  $M$  используем соотношение Эйнштейна:  $M = nD/kT$ . Химический потенциал выразим через свободную энергию:  $\mu = \delta F/\delta n$ , выбрав свободную

энергию в модели Ландау:

$$F[n] = \int dr \left[ \frac{K}{2} (\nabla n)^2 + f(n) + nV \right], \quad (2)$$

Член  $K(\nabla n)^2/2$  характеризует энергию неоднородности, а дополнительная энергия экситона во внешнем поле учтена членом  $nV$ . Плотность свободной энергии аппроксимируем в виде:

$$f(n) = f_0 + kTn(\ln n - 1) + \frac{a}{2}n^2 + \frac{b}{3}n^3 + \frac{c}{4}n^4, \quad (3)$$

где член  $kTn(\ln n - 1)$  имеет преимущественное значение при малых плотностях экситонов, описывая их диффузионное движение вне лазерного пятна, а члены степенного разложения по концентрации экситонов играют основную роль в случае больших значений  $n$ . Параметры  $a, b, c$  в уравнении (3) — феноменологические и выбраны так, чтобы свободная энергия имела минимум, соответствующий конденсированной фазе, и описывала сдвиг спектра в область высоких частот с увеличением  $n$  (детальный анализ см. в работе [13]). Для этого положим  $a > 0, b < 0, c > 0$ .

Для численного моделирования выберем следующие единицы длины, концентрации, энергии и времени:

$$l_u = \sqrt{\frac{K}{a}}, \quad n_u = \sqrt{\frac{a}{c}}, \quad V_u = an_u, \quad t_u = \frac{d_1 l_u^2}{D}, \quad (4)$$

где  $d_1 = kT/V_u$ . Вводя безразмерные величины и учитывая явный вид свободной энергии (2) и её плотности (3), сведём уравнение для плотности экситонов (1) к виду:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = d_1 \Delta n + \nabla \left[ n \nabla (-\Delta n + n + b_1 n^2 + n^3 + V) \right] + G - \frac{n}{\tau}, \quad (5)$$

где  $b_1 = b/\sqrt{ac}$ . Уравнение (5) — нелинейное  $2D$  феноменологическое уравнение, описывающее распределение плотности экситонов высокой концентрации с учётом накачки и конечного времени жизни.

Для исследования распределения экситонов в плоскости квантовой ямы будем считать, что накачка определяется гауссовой зависимостью от координат:

$$G(\rho) = \frac{P}{2\pi l^2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2l^2}\right), \quad (6)$$

Интегральную накачку  $P$  будем измерять в единицах  $t_u^{-1}$ .

Уравнение (5) решалось численно в  $2D$ -системе, размеры которой

превосходили полуширину распределения накачки (6) так, что на границах области плотность экситонов ничтожно мала. Ниже результаты расчётов будут приведены только для распределения в области лазерного пятна.

### 3. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЁТЫ В СЛУЧАЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ МОДУЛЯЦИИ ПОЛЕМ

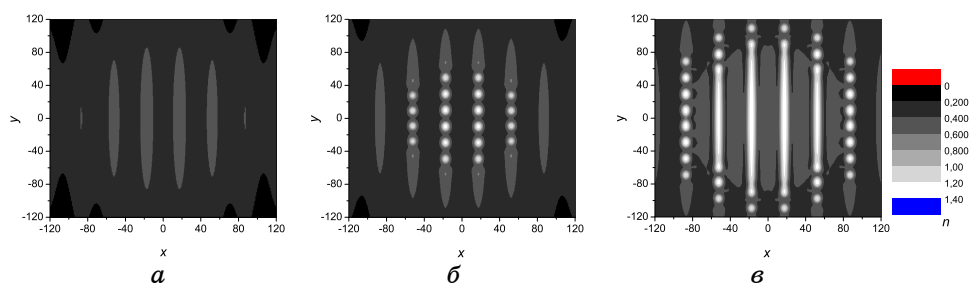
Пусть дополнительная энергия экситона, обусловленная периодической модуляцией электростатического поля вдоль определённого направления  $x$ , задаётся следующей формулой:

$$V(x) = V_0 \cos\left(\frac{2\pi}{d} x\right), \quad (7)$$

где  $V_0$  — глубина потенциала;  $d$  — период модуляции. Модуляция потенциала приводит к неоднородному распределению экситонной плотности с максимумами плотности в окрестности минимумов потенциала  $V$ , в которые движутся экситоны после их создания накачкой.

Насколько эффективно заселяются минимумы потенциала, зависит от глубины потенциала, времени жизни экситонов и температуры.

Проанализируем поведение структуры с изменением параметров системы: интенсивности накачки, глубины модуляции потенциала и пространственного периода модуляции. На рисунке 1 представлено распределение плотности для разных накачек. При небольших интенсивностях облучения максимальная плотность экситонов сконцентрирована в минимумах потенциала (рис. 1, *a*), и свечение должно представлять собой излучение из валов (рядов повышенной плотности, параллельных оси  $y$ , периодически расположенных вдоль оси

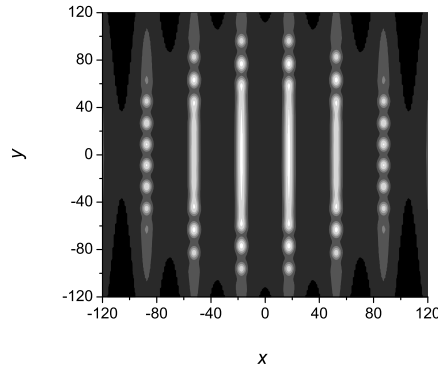


**Рис. 1.** Распределение плотности экситонов в плоскости квантовых ям при интегральной накачке  $P$ : *a* — 370, *б* — 430, *в* — 600. Параметры:  $\tau = 100$ ,  $b_1 = -2,2$ ,  $d_1 = 0,15$ ,  $l = 120$ ,  $V_0 = 0,11$ ,  $d = 35$ .

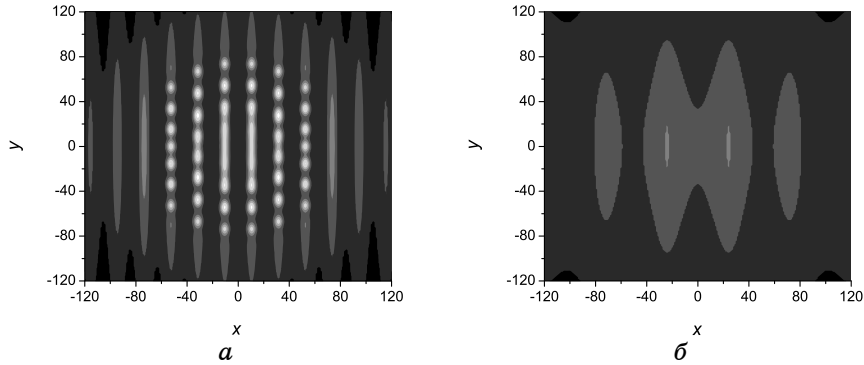
х). Когда накачка становится выше пороговой, однородное распределение плотности вдоль ряда становится неустойчивым относительно образования островков конденсированной фазы (рис. 1, б), т.е. система становится неоднородной вдоль рядов. При высокой интенсивности облучения отдельные островки сливаются в сплошные валы конденсированной фазы (рис. 1, в).

Структура в виде отдельных островков переходит в валы также с увеличением глубины потенциала  $V_0$  (рис. 2). Это связано с тем, что с увеличением глубины модуляции потенциала плотность экситонов в минимуме потенциала повышается, что эквивалентно увеличению накачки. Таким образом, проявляется эффективность создания ловушек для увеличения плотности экситонов.

Порог образования структуры по накачке (начиная с которого образуются островки плотности экситонов) уменьшается с увеличени-



**Рис. 2.** Распределение плотности экситонов при глубине потенциала  $V_0 = 0,065$ . Остальные параметры и шкала плотности — как на рис. 1, б.



**Рис. 3.** Распределение плотности экситонов при периоде потенциала  $d$ : а — 21, б — 49. Остальные параметры и шкала плотности — как на рис. 1, б.

ем глубины потенциала  $V_0$ . Таким образом, как и следовало ожидать, создание глубоких ловушек для экситонов приводит к уменьшению значений накачек, необходимых для образования конденсированной фазы. Переход от валов к островкам реализуется лишь для интервала значений потенциала, ограниченных как снизу, так и сверху.

С увеличением периода модуляции расстояние между рядами растёт. Островки на нецентральных рядах располагаются в шашечном порядке (рис. 3, а): островок находится на равном расстоянии от двух ближайших островков на предыдущем ряду. Начиная с некоторого  $d$ , структура пропадает (рис. 3, б). Это связано с тем, что при больших расстояниях между минимумами меньшее количество экситонов успевает продиффундировать в область минимума потенциала и плотность экситонов в минимуме  $V$  уменьшается, что эквивалентно уменьшению накачки.

#### 4. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЁТЫ В СЛУЧАЕ ГАРМОНИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Рассмотрим распределение плотности экситонов в случае внешнего потенциала гармонической формы, а именно,

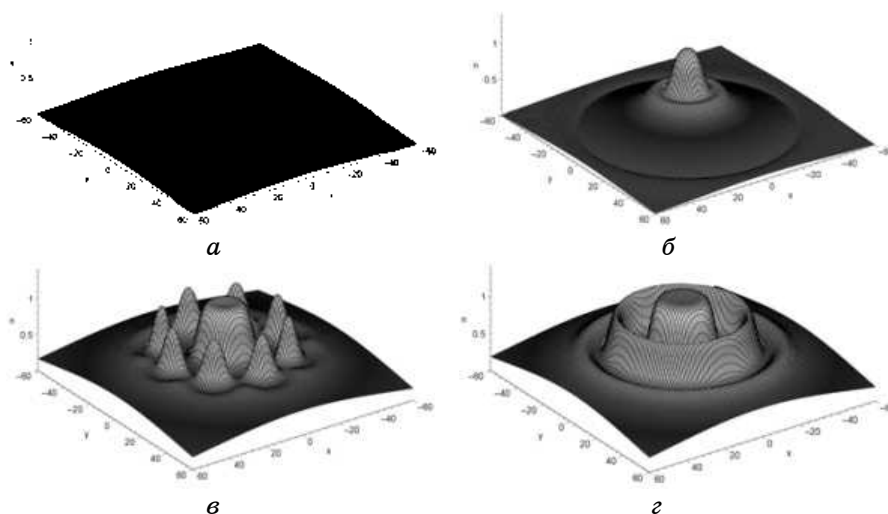
$$V = \begin{cases} \alpha(\rho^2 - R^2), & \rho \leq R, \\ 0, & \rho > R, \end{cases} \quad (8)$$

где  $R$  — параметр, характеризующий ширину потенциальной ловушки,  $\alpha$  определяет глубину ямы. Можно ожидать, что присутствие такого потенциала приведёт к дрейфу экситонов в области, где потенциал имеет минимум, и именно там будет происходить образование конденсированной фазы. Такой потенциал был реализован на опыте [15].

Результаты расчётов уравнения для плотности экситонов (5) с потенциальной энергией вида (8) представлен на рис. 4 для разных интенсивностей накачки.

При невысокой интенсивности возбуждения максимум плотности экситонов наблюдается в минимуме гармонического потенциала, который выступает в роли ловушки для экситонов. Когда накачка достигает определённого порога, однородное распределение становится неустойчивым по отношению к образованию пространственно-неоднородных островков конденсированной фазы. При ещё больших накачках образованные фрагменты сливаются в сплошное кольцо конденсированной фазы.

Фрагменты конденсированной фазы сливаются в сплошное кольцо и с увеличением глубины гармонического потенциала. Такое поведение обусловлено тем, что с увеличением глубины потенциала повышается плотность экситонов в минимуме потенциальной ямы, что эквивалентно увеличению накачки.



**Рис. 4.** Распределение экситонов плоскости квантовой ямы при разных значениях интегральной накачки  $P$ :  $a$  — 15,7,  $б$  — 62,8,  $в$  — 110,  $г$  — 141. Параметры системы:  $\tau = 100$ ,  $b_1 = -2,1$ ,  $d_1 = 0,1$ ,  $l = 50$ ,  $\tau = 0,007$ ,  $R = 40$ .

## 5. ВЫВОДЫ

В данной работе выполнено исследование структур, возникающих при конденсации экситонов в системе экситонов, учитывая эффекты конечного времени жизни экситона и наличия накачки, в присутствии внешнего потенциала различного вида. Получены следующие результаты.

В системе с периодической модуляцией при накачках, больших порогового значения, возникает конденсированная фаза экситонов в форме периодически расположенных рядов, которые разбиваются на отдельные островки. С увеличением глубины потенциала или с увеличением накачки островки сливаются в сплошные валы. Результаты согласуются с данными эксперимента [14].

В случае гармонической ловушки при запороговых накачках образуется структура в виде островков конденсированной фазы экситонов. С ростом накачки островки сливаются в сплошные кольца.

Структуры, возникающие при обоих потенциалах, являются примером процессов самоорганизации в неравновесных условиях.

Конденсированная фаза в данной работе не конкретизируется, а описывается рядом параметров свободной энергии. Изучение процессов конденсации и образования структур при фазовых превращениях в рассматриваемых системах может быть важным для построения микроскопической теории конденсированной фазы экситонов и развития оптоэлектроники [16].



## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. S. A. Moskalenko and D. W. Snoke, *Bose–Einstein Condensation of Excitons and Biexcitons and Coherent Nonlinear Optics with Excitons* (Cambridge University Press: 2000).
2. T. Fukuzawa, E. E. Mendez, and J. M. Hong, *Phys. Rev. Lett.*, **64**: 3066 (1990).
3. А. В. Ларионов, В. Б. Тимофеев, *Письма в ЖЭТФ*, **73**: 342 (2001).
4. В. Б. Тимофеев, *УФН*, **175**: 315 (2005).
5. L. V. Butov, A. C. Gossard, and D. S. Chemla, *Nature*, **418**: 751 (2002).
6. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, *Письма в ЖЭТФ*, **83**: 178 (2006); *ibidem*, **84**: 390 (2006); *idem*, *УФН*, **176**: 652 (2006).
7. L. S. Levitov, B. D. Simons, and L. V. Butov, *Phys. Rev. Lett.*, **94**: 176404 (2005).
8. A. V. Paraskevov and T. V. Khabarova, *Phys. Lett. A*, **368**: 151 (2007).
9. Р. Б. Сапцов, *Письма в ЖЭТФ*, **86**: 779 (2007).
10. C. S. Liu, H. G. Luo, and W. C. Wu, *J. Phys.: Condens. Matter*, **18**: 9659 (2006).
11. V. I. Sugakov, *Ukr. J. Phys.*, **49**: 1117 (2004); V. I. Sugakov, *Solid State Commun.*, **134**: 63 (2005).
12. В. И. Сугаков, *ФТТ*, **48**: 1868 (2006); V. I. Sugakov, *Fiz. Nizk. Temper.*, **32**: 1449 (2006); V. I. Sugakov, *Phys. Rev. B*, **76**: 115303 (2007).
13. A. A. Chernyuk and V. I. Sugakov, *Phys. Rev. B*, **74**: 085303 (2006).
14. В. И. Сугаков, А. А. Чернюк, *Письма в ЖЭТФ*, **85**: 699 (2007).
15. M. Remeika, J. C. Graves, A. T. Hammack et al., *Phys. Rev. Lett.*, **102**: 186803 (2009).
16. Z. Voros, D. W. Snoke, L. Pfeiffer et al., *Phys. Rev. Lett.*, **97**: 016803 (2006).
17. G. Grosso, J. Graves, A. T. Hammack et al., *Nature Photonics*, **3**: 5770 (2009).