Наносистеми, наноматеріали, нанотехнології
Nanosystems, Nanomaterials, Nanotechnologies
2010, т. 8, № 3, сс. 579–592

PACS numbers: 72.10.Fk, 72.15.Lh, 73.40.Jn, 73.50.Bk, 73.50.Lw, 73.61.At, 73.90.+f

Тензорезистивный эффект в поликристаллической многослойной пленке

Ю. А. Шкурдода, Л. В. Дехтярук[*], А. Н. Чорноус[**]

Сумской государственный педагогический университет им. А. С. Макаренко,
ул. Роменская, 87,
40007 Сумы, Украина
[*]*Харьковский государственный технический университет строительства и архитектуры,*
ул. Сумская, 40,
61002 Харьков, Украина
[**]*Сумской государственный университет,*
ул. Римского-Корсакова, 2,
40007 Сумы, Украина

С использованием квазиклассического приближения в рамках модифицированной модели Маядаса и Шацкеса теоретически проанализирован тензорезистивный эффект в многослойной поликристаллической пленке. Получено общее (при произвольном соотношении между толщинами слоев) и асимптотические (для толстых и тонких по сравнению с длиной свободного пробега электронов слоев металла, входящих в состав мультислоя) выражения для коэффициентов продольной и поперечной тензочувствительности. Предсказана их немонотонная зависимость от отношений толщин соседних слоев металла и выполнен детальный численный расчет коэффициента продольной тензочувствительности при различных значениях параметров, характеризующих мультислой.

З використанням квазикласичного наближення у рамках модифікованого моделю Маядаса і Шацкеса теоретично проаналізовано тензорезистивний ефект у багатошаровій полікристалічній плівці. Одержано загальне (при довільному співвідношенні між товщинами шарів) та асимптотичні (для товстих і тонких у порівнянні з довжиною вільного пробігу електронів шарів металу, які входять до складу багатошарової плівки) вирази для коефіцієнтів поздовжньої і поперечної тензочутливости. Передбачено їх немонотонну залежність від відношення товщин суміжних шарів металу і виконано детальний чисельний розрахунок коефіцієнта поздовжньої тензочутливости при довільних значеннях параметрів, які характеризують мультишар.

Within the scope of the modified Mayadas–Shatzkes model, the tensoresistance of a multilayered polycrystalline film is analysed theoretically. The general and asymptotical expressions for the coefficients of the strain-sensitivity (CSS) are obtained. A non-monotonic behaviour of the CSS as a function of the ratio of the adjacent layer thicknesses is predicted. A detailed calculation of the longitudinal CSS for the wide range of the layer thicknesses at various values of the parameters, which characterize the multilayer, is performed.

Ключевые слова: многослойная поликристаллическая пленка, модифицированная модель Маядаса и Шацкеса, тензорезистивный эффект, коэффициенты продольной и поперечной тензочувствительности.

(Получено 27 августа 2010 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы транспортные явления в мультислоях, — периодических структурах, состоящих из чередующихся нанокристаллических слоев разных металлов, — широко изучаются как экспериментально, так и теоретически [1, 2]. Этот интерес в значительной мере обусловлен тем, что, с одной стороны, используемые в микроэлектронике тонкопленочные приборы достаточно часто являются многослойными системами, а с другой стороны, появляется принципиальная возможность получения информации, которая необходима при решении фундаментальных проблем физики твердого тела.

Так, в частности, исследование продольного и поперечного тензорезистивного эффекта в многослойных системах позволит получить дополнительную информацию о процессе электропроводности при деформации многослойного образца. Кроме этого, исследование эффекта тензочувствительности представляет и практический интерес с точки зрения разработки тензорезисторов на основе многослойных элементов.

В настоящем сообщении с использованием модифицированной модели Маядаса и Шацкеса (модель МШ) [3, 4] теоретически исследован эффект тензочувствительности в многослойной поликристаллической пленке. Получено точное и асимптотические (для толстых и тонких по сравнению с длиной свободного пробега электронов слоев металла, из которых состоит мультислой) выражения для коэффициентов тензочувствительности (КТ) — продольной и поперечной. Выполнен подробный численный расчет КТ в многослойном проводнике для широкого интервала толщин при различных значениях параметров, описывающих многослойный проводник.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОБЩАЯ И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ КОЄФФИЦИЕНТОВ ПРОДОЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ ТЕНЗОЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Рассмотрим многослойную пленку (МП), состоящую из чередующихся поликристаллических слоев металла разной толщины $\left(d_i \neq d_j\right)$ и разной чистоты $\left(l_i \neq l_j\right)$.

Будем считать, что нормаль к границе раздела (ГР) слоев параллельна оси X. Предположим, что к МП приложено параллельно к ГР слоев металла внешнее, однородное электрическое поле напряженностью $\mathbf{E} = \left(0, E_y, 0\right)$ и (или) продольная (поперечная) деформация.

Количественными характеристиками продольного и поперечного тензорезистивного эффекта являются коэффициенты продольной $\gamma^{(1)}$ и поперечной $\gamma^{(2)}$ тензочувствительности, которые могут быть определены следующим образом [5, 6]:

$$\gamma^{(n)} = \frac{d \ln R_{ML}}{d \ln a_n}, \tag{1}$$

$$R_{ML} = \frac{1}{\sigma} \frac{a_1}{a_2 d}. \tag{2}$$

В формулах (1) и (2) введены следующие обозначения: R_{ML} — сопротивление мультислоя; a_1, a_2 — длина и ширина его слоев, $d = d_1 + d_2$ — толщина элемента периодичности (бислоя) многослойной пленки. Здесь и ниже, если индекс n принимает значения $n = 1$, то соответствующие формулы определяют коэффициент продольной тензочувствительности; если же $n = 2$, то они определяют коэффициент поперечной тензочувствительности.

Удельная проводимость МП σ может быть вычислена с помощью кинетического уравнения Больцмана для квазиклассической функции распределения электронов, дополненного граничными условиями описывающие характер взаимодействия носителей заряда с интерфейсами бислоя.

В случае квадратичного и изотропного закона дисперсии для носителей заряда в каждом слое образца проводимость мультислоя равна [7]:

$$\sigma = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^{2} d_i \sigma_{0i} \Phi_i, \tag{3}$$

где σ_{0i} — коэффициенты удельной электропроводности монокристаллического безграничного образца $\left(d_i \to \infty\right)$, времена релаксации электронов в которых равно τ_{0i}. Размерные функции Φ_i, входящие в формулу (3), могут быть записаны в следующем виде:

$$\Phi_i = f(\alpha_i) - \langle G_i \rangle , \tag{4}$$

$$G_i = 1 - \frac{1}{\Delta}\left\{\left(1 + P_{ij}E_i\right)\left(1 + P_{ji}E_j\right) - Q_{ij}Q_{ji}E_iE_j\right\}\left\{C_i\left(1 - P_{ji}E_j\right) + Q_{ji}\tau_{j,i}E_jC_j\right\} \equiv$$
$$\equiv 1 - \frac{AB_i}{\Delta}, \tag{5}$$

$$\Delta = 1 - P_{ij}^2E_i^2 - P_{ji}^2E_j^2 - 2Q_{ij}Q_{ji}E_iE_j + \left(Q_{ij}Q_{ji} - P_{ij}P_{ji}\right)^2 E_i^2E_j^2 ,$$

$$f(\alpha_i) = 1 - \frac{3}{2}\alpha_i + 3\alpha_i^2 - 3\alpha_i^3 \ln\left(1 + \frac{1}{\alpha_\mathrm{i}}\right) \cong \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}\alpha_i + 3\alpha_i^2, & \alpha_i \ll 1, \\ \frac{3}{4\alpha_i} - \frac{3}{5\alpha_i{}^2}, & \alpha_i \gg 1, \end{cases} \tag{6}$$

$$E_i = \exp\left\{-\frac{k_iH_i}{x}\right\},$$

$$H_i = 1 + \frac{\alpha_i}{\cos\phi\sqrt{1 - x^2}} ,$$

$$k_i = \frac{d_i}{l_i},$$

$$\tau_{j,i} = \frac{\tau_{0j}}{\tau_{0i}}\frac{H_i}{H_j} \equiv \tau_{0j,i}H_{i,j}, \tag{7}$$

$$\langle \ldots \rangle = \frac{6}{\pi k_i}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\phi \cos^2\phi \int_0^1 dx \frac{(x - x^3)(1 - E_i)}{H_i^2}\left\{ \ \ldots \ \right\}. \tag{8}$$

Здесь $P_{ij} = \mathrm{const}$ — вероятности зеркального отражения носителя заряда границей раздела между i-м и j-м слоями металла, $Q_{ji} = \mathrm{const}$ — вероятности прохождения электрона через интерфейс с j-го слоя в i-й без рассеяния, так что выполняются неравенства $P_{ij} + Q_{ji} \leq 1$. Зернограничные параметры $\alpha_i = l_i/L_i \times R_i/1 - R_i$, с одной стороны, в зависимости от знака неравенства между длинами свободного пробега электронов l_i и средними размерами кристаллитов в плоскости слоя $L_i = \mathrm{const}$ определяют структуру тонких слоев, входящих в состав МП, с другой стороны, — характер взаимодействия носителей заряда с межкристаллитными границами, т.к. величины $R_i = \mathrm{const}$ определяют вероятности диффузного рассеяния электронов границами зерен.

Если многослойный образец состоит из толстых $(k_i \gg 1)$ или тонких $(k_i \ll 1)$ слоев металла, то для размерных функций Φ_i могут быть получены следующие асимптотические выражения [7]:

$$\Phi_i = f(\alpha_i) - \frac{3}{8k_i}\left\{\left(1-P_{ij}\right)\Gamma_{1,i} - Q_{ji}\tau_{0j,i}\Gamma_{2,i}\right\} \cong$$

$$\cong \begin{cases} 1-\dfrac{3}{2}\alpha_i - \dfrac{3}{8k_i}\left\{\left(1-P_{ij}\right)\left(1-\dfrac{32}{3\pi}\alpha_i\right) - Q_{ji}\tau_{0j,i}\left(1-\dfrac{16}{3\pi}\left(\alpha_i+\alpha_j\right)\right)\right\}, \ \alpha_i \ll 1, \\ \dfrac{3}{4\alpha_i}\left\{1-\dfrac{1}{8k_i\alpha_i}\left[\left(1-P_{ij}\right)\left(1-\dfrac{512}{105\pi\alpha_i}\right) - Q_{ji}\tau_{0j,i}\dfrac{\alpha_i}{\alpha_j}\left(1-\dfrac{256\left(\alpha_i+\alpha_j\right)}{105\pi\alpha_i\alpha_j}\right)\right]\right\}, \\ \qquad \alpha_i \gg 1, \end{cases} \quad (9)$$

$$\Phi_i \cong \frac{3}{4}\frac{\left(1+P_{ij}\right)\left(1-P_{ji}\right)+Q_{ij}Q_{ji}+2Q_{ji}d_{j,i}}{\left(1-P_{ij}\right)\left(1-P_{ji}\right)-Q_{ij}Q_{ji}}k_i\begin{cases} \ln\dfrac{1}{k_i}, \ \alpha_i \le k_i, \\ \ln\dfrac{1}{k_i}-\dfrac{4}{\pi}\alpha_i, \ k_i < \alpha_i \ll 1, \\ \ln\dfrac{1}{\alpha_i k_i}, \ 1 < \alpha_i \ll \dfrac{1}{k_i}, \end{cases} \quad (10)$$

$$\Gamma_{1,i} = 1-\frac{32}{3\pi}\alpha_i + 12\alpha_i^2 + \frac{16}{\pi}\left\{5-\left(4-5\alpha_i^2\right)I_i\right\}\alpha_i^3 - 40\alpha_i^4,$$

$$\Gamma_{2,i} = 1-\frac{16}{3\pi}\left\{\alpha_i+\alpha_j-\frac{3\pi}{4}\left(\alpha_i^2+\alpha_i\alpha_j+\alpha_j^2\right)-3\left(\alpha_i^3+\alpha_i^2\alpha_j+\alpha_i\alpha_j^2+\alpha_j^3\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{3\pi\left(\alpha_i^4+\alpha_i^3\alpha_j+\alpha_i^2\alpha_j^2+\alpha_i\alpha_j^3+\alpha_j^4\right)}{2}+\frac{3\left[\alpha_i^4\left(1-\alpha_i^2\right)I_i-\alpha_j^4\left(1-\alpha_j^2\right)I_j\right]}{\alpha_i-\alpha_j}\right\},$$

$$I_i = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{1-\alpha_i^2}}\ln\dfrac{1+\sqrt{1-\alpha_i^2}}{\alpha_i}, & \alpha_i \le 1, \\ \dfrac{\arccos\left(\dfrac{1}{\alpha_i}\right)}{\sqrt{\alpha_i^2-1}}, & \alpha_i > 1. \end{cases}$$

Подставив формулу (3) в (2), а полученный результат — в выражение (1), получим общее аналитическое выражение для коэффициентов тензочувствительности многослойной пленки в условиях внутреннего размерного эффекта (предполагаем, что параметры, описывающие взаимодействие носителей заряда с интерфейсами и границами зерен, не зависят от деформации, являясь параметрами задачи):

$$\gamma^{(n)} = \sum_{i\neq j}\frac{1}{1+D_{j,i}}\left\{\gamma_{0i}^{(n)} - \left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)}\right)\frac{\partial\ln\Phi_i}{\partial\ln k_i} - \left(\eta_{l_j}^{(n)} - \eta_{d_j}^{(n)}\right)\frac{\partial\ln\Phi_i}{\partial\ln k_j} - \right.$$
$$\left. - \left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)}\right)\frac{\partial\ln\Phi_i}{\partial\ln\alpha_i} - \left(\eta_{L_j}^{(n)} - \eta_{l_j}^{(n)}\right)\frac{\partial\ln\Phi_i}{\partial\ln\alpha_j} - \left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{l_j}^{(n)}\right)\frac{\partial\ln\Phi_i}{\partial\ln\tau_{0j,i}}\right\}, \quad (11)$$

где $D_{j,i} = \dfrac{d_j\sigma_{0j}\Phi_j}{d_i\sigma_{0i}\Phi_i}$, а феноменологические параметры $\eta_{l_i}^{(n)} = -\dfrac{d\ln l_i}{d\ln a_n}$, $\eta_{d_i}^{(n)} = -\dfrac{d\ln d_i}{d\ln a_n}$ и $\eta_{L_i}^{(n)} = -\dfrac{d\ln L_i}{d\ln a_i}$ определяют изменение длин свободного пробега электронов l_i, толщин слоев d_i и средних размеров кристаллитов L_i в плоскости слоя металла при наличии продольной или поперечной деформации.

Коэффициенты тензочувствительности $\gamma_{0i}^{(n)}$ безграничного образца $\left(d_i \to \infty\right)$ с монокристаллической структурой равны [6, 8]:

$$\gamma_{0i}^{(n)} = \eta_{l_i}^{(n)} + 2(2-n)\left(1+\eta_{d_i}^{(n)}\right),$$

где учтено, что коэффициенты, которые определяют изменение длины и ширины i-го слоя металла МП при наличии деформации совпадают вследствие того, что их размеры вдоль осей Y и Z бесконечно большие.

Подставляя размерные функции Φ_i в виде (4) в формулу (11), получим общие (при произвольном соотношении между толщинами слоев и произвольном характере взаимодействия электронов с интерфейсами образца) выражения для коэффициентов тензочувствительности в многослойной поликристаллической пленке:

$$\gamma^{(n)} = \sum_{i\neq j}\frac{1}{1+D_{j,i}}\left\{\gamma_{0i}^{(n)} - \mathrm{M}_i^{(n)}\right\}, \quad i \neq j = 1,2, \quad (12)$$

$$\mathrm{M}_i^{(n)} = \frac{1}{\Phi_i}\left\{\left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)}\right)J_{di} - \left(\eta_{l_j}^{(n)} - \eta_{d_j}^{(n)}\right)J_{di}^{*} - \left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)}\right)J_{\alpha i} - \right.$$
$$\left. - \left(\eta_{L_j}^{(n)} - \eta_{l_j}^{(n)}\right)J_{\alpha i}^{*} - \left(\eta_{l_j}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)}\right)J_{\tau i}\right\},$$

$$J_{di} = \left\langle G_i - \frac{k_iE_iH_i}{x}\left\{G_i\left(1-E_i\right)^{-1} - \Theta_i\right\}\right\rangle, \quad J_{di}^{*} = \left\langle\frac{k_jE_jH_j}{x}\Theta_i^{*}\right\rangle, \quad (13)$$

$$J_{\alpha i} = f^{*}\left(\alpha_i\right) + \left\langle\frac{k_iE_i}{x}\left(H_i - 1\right)\left\{G_i\left(1-E_i\right)^{-1} - \Theta_i - \frac{x}{k_iE_iH_i}\left(\Lambda_i + 2G_i\right)\right\}\right\rangle, \quad (14)$$

$$J^{*}_{\alpha i}=\left\langle \frac{k_j E_j}{x}\left(H_j-1\right)\left\{\Theta^{*}_{i}+\frac{x}{k_j E_j H_j}\Lambda_i\right\}\right\rangle,\quad J_{\tau i}=\left\langle \Lambda_i\right\rangle, \tag{15}$$

$$f^{*}\left(\alpha_i\right)=\frac{3}{2}\alpha_i-\frac{3\alpha_i^2\left(2+3\alpha_i\right)}{1+\alpha_i}+9\alpha_i^3\ln\left(1+\frac{1}{\alpha_i}\right)\cong\begin{cases}\frac{3}{2}\alpha_i-6\alpha_i^2, & \alpha_i \ll 1,\\ \frac{3}{4\alpha_i}-\frac{6}{5\alpha_i^2}, & \alpha_i \gg 1,\end{cases} \tag{16}$$

$$\Theta_i=\left\{P_{ij}\left(A-B_i\right)+\left(Q_{ij}Q_{ji}-P_{ij}P_{ji}\right)\left(A+B_i\right)E_j\right\}\Delta^{-1}-B_i\Xi_i,$$

$$\Theta^{*}_{i}=$$

$$=\frac{A\left(\left(Q_{ij}Q_{ji}-P_{ij}P_{ji}\right)\left(1-E_i\right)-Q_{ji}\tau_{j,i}\right)+B_i\left(P_{ij}-\left(Q_{ij}Q_{ji}-P_{ij}P_{ji}\right)E_i\right)}{\Delta}+B_i\Xi_j,$$

$$\Xi_i=2A\left\{P_{ij}P_{ji}E_i+Q_{ij}Q_{ji}E_j-\left(Q_{ij}Q_{ji}-P_{ij}P_{ji}\right)^2E_iE_j^{\,2}\right\}\Delta^{-2},$$

$$\Lambda_i=Q_{ji}\tau_{j,i}(1-E_j)\,A\,\Delta^{-1}.$$

Функции G_i, A, B_i и угловые скобки определены формулами (5)–(8).

При отсутствии диффузного рассеяния носителей заряда на межслойных границах $\left(P_{ij}+Q_{ji}=1\right)$, коэффициенты тензочувствительности, характеризующие продольный и поперечный тензоэффекты в МП, равны

$$\gamma^{(n)}=\sum_{i\neq j}\frac{1}{1+D_{j,i}}\left\{\gamma^{(n)}_{0i}+\left(\eta^{(n)}_{L_i}-\eta^{(n)}_{l_i}\right)\frac{f^{*}\left(\alpha_i\right)}{f\left(\alpha_i\right)}\right\},$$

и при выполнении равенств

$$\sigma_{0i}=\sigma_{0j},\quad l_i=l_j,\quad \alpha_i=\alpha_j,\quad \gamma_{0i}=\gamma_{0j} \tag{17}$$

КТ мультислоя совпадают со своими объемными значениями и равны [5, 8]:

$$\gamma^{(n)}_{\infty}=\gamma^{(n)}_{0}+\left(\eta^{(n)}_{L}-\eta^{(n)}_{l}\right)\frac{f^{*}\left(\alpha\right)}{f\left(\alpha\right)}\cong\begin{cases}\gamma^{(n)}_{0}+\frac{3}{2}\alpha\left(1-\frac{5}{2}\alpha\right)\left\{\eta^{(n)}_{L}-\eta^{(n)}_{l}\right\}, & \alpha\ll 1,\\ \gamma^{(n)}_{0}+\left\{1-\frac{4}{5\alpha}\right\}\left\{\eta^{(n)}_{L}-\eta^{(n)}_{l}\right\}, & \alpha\gg 1.\end{cases}$$

Следовательно, в этом случае многослойный проводник формально можно рассматривать как безграничный поликристаллический образец.

Если ГР слоев металла мультислоя абсолютно не прозрачны для носителей заряда $\left(Q_{ij}=Q_{ji}=0\right)$, то размерные функции в каждом из слоев образца не зависят от параметров характеризующих соседние слои и КТ равны:

$$\gamma^{(n)}=\sum_{i\neq j}\frac{1}{1+D_{j,i}}\left\{\gamma_{0i}^{(n)}-\frac{1}{\Phi_i}\left[\left(\eta_{l_i}^{(n)}-\eta_{d_i}^{(n)}\right)J_{di}+\left(\eta_{l_i}^{(n)}-\eta_{L_i}^{(n)}\right)J_{\alpha i}\right]\right\}. \quad (18)$$

В формуле (18) размерные функции Φ_i определены выражением (4), функции J_{di} и $J_{\alpha i}$ определены формулами (13) и (14) в которых следует учесть, что $\left(Q_{ij}=0\right)$, а выражения для G_i и Θ_i имеют следующий вид:

$$G_i=\frac{1-P_{ij}}{1-P_{ij}E_i},\quad \Theta_i=\frac{P_{ij}\left(1-P_{ij}\right)}{\left(1-P_{ij}E_i\right)^2}.$$

Если выполняются равенства (17) и равенства

$$P_{ij}=P_{ji}=P,\ d_i=d_j=d, \quad (19)$$

то многослойный проводник формально можно рассматривать как тонкий поликристаллический слой металла, КТ которого равны [5, 8]:

$$\gamma^{(n)}=\gamma_0^{(n)}-\frac{1}{\Phi}\left[\left(\eta_l^{(n)}-\eta_d^{(n)}\right)J_d+\left(\eta_{l,}^{(n)}-\eta_L^{(n)}\right)J_\alpha\right], \quad (20)$$

$$\Phi=\frac{\sigma}{\sigma_0}=f(\alpha)-\langle G\rangle,\ J_d=\left\langle G-\frac{kEH}{x}\left\{G(1-E)^{-1}-\Theta\right\}\right\rangle,$$

$$J_\alpha=f^*(\alpha)+\left\langle\frac{kE}{x}(H-1)\left\{G(1-E)^{-1}-\Theta-\frac{x}{kEH}2G\right\}\right\rangle,$$

$$G=\frac{1-P}{1-PE},\quad \Theta=\frac{P(1-P)}{(1-PE)^2}. \quad (21)$$

Величины $k, E, H, f(\alpha), f^*(\alpha)$ и угловые скобки определены формулами (6)–(8) и (16) в которых следует пренебречь индексом «i».

Если же выполняются равенства (17) и (19), а носители заряда с одинаковой вероятностью туннелируют в соседние слои металла $\left(Q_{ij}=Q\right)$, то КТ многослойной пленки снова будут определяться формулой (20) в которой функции G и Θ могут быть получены из формулы (21) путем замены в ней $P\to P+Q$:

$$G=\frac{1-(P+Q)}{1-(P+Q)E},\quad \Theta=\frac{(P+Q)(1-(P+Q))}{\left(1-(P+Q)E\right)^2}.$$

Следовательно, для такой модели многослойной пленки (модель Устинова [9]), её КТ, как и коэффициент удельной проводимости [9], зависят только от полной вероятности отражения электронов на границах раздела слоев $(P+Q)$, и многослойный образец снова формально можно рассматривать как тонкий слой металла, однако, в рассматриваемом случае, его границы с вероятностью $(P+Q)$ отражают электроны.

Чтобы упростить процедуру сравнения теоретических соотношений с результатами экспериментальных измерений, получим асимптотические выражение для коэффициентов продольной и поперечной тензочувствительности мультислоя для предельных значений параметров k_i и α_i. Если $k_i >> 1$, то КТ при произвольных значениях параметров P_{ij}, Q_{ij} и α_i определяются формулой (12) в которой функции $J_{di}, J^*_{di}, J_{\alpha i}, J^*_{\alpha i}$ и $J_{\tau i}$ (см. формулы (13)–(15)) могут быть записаны в следующем виде:

$$J_{di} = \frac{3}{8k_i}\left\{\left(1-P_{ij}\right)\Gamma_{1,i} - Q_{ji}\tau_{0j,i}\Gamma_{2,i}\right\},\ J^*_{di} = 0,\ J_{\tau i} = \frac{3}{8\,k_i} Q_{ji}\tau_{0j,i}\Gamma_{2,i}, \tag{22}$$

$$J_{\alpha i} = f^*(\alpha_i) - \frac{2\alpha_i}{\pi\, k_i}\left\{2\left(1-P_{ij}\right)\Gamma_{3,i} - Q_{ji}\tau_{0j,i}\Gamma_{4,i}\right\},\ J^*_{\alpha i} = \frac{2\alpha_j}{\pi k_i} Q_{ji}\tau_{0j,i}\Gamma_{4,j},$$

$$\Gamma_{3,i} = 1 - \frac{9\pi}{4}\alpha_i - 6\left(5 - \left(3-5\alpha_i^2\right)I_i - \frac{1-\alpha_i^2 I_i}{4\left(1-\alpha_i^2\right)}\right)\alpha_i^2 + 15\pi\alpha_i^3,$$

$$\Gamma_{4,i} = 1 - \frac{3\pi}{4}\left(2\alpha_i + \alpha_j\right) +$$

$$+\frac{3\pi}{2}\left\{4\alpha_i^3 + 3\alpha_i^2\alpha_j + 2\alpha_i\alpha_j^2 + \alpha_j^3\right\}\left\{1 - \frac{2}{\pi}\frac{1-\left(1-\alpha_i^2\right)I_i}{\alpha_i}\right\} -$$

$$-\frac{3\alpha_j^4}{\alpha_i\left(\alpha_i-\alpha_j\right)}\left\{1 + \frac{\alpha_j\left(1-\alpha_i^2\right)I_i - \alpha_i\left(1-\alpha_j^2\right)I_j}{\alpha_i-\alpha_j}\right\} - \frac{3\alpha_i^3 I_i}{\alpha_i-\alpha_j}.$$

Если же многослойный образец состоит из слоев металла имеющих крупнозернистую $(\alpha_i << 1)$ или мелкозернистую $(\alpha_i >> 1)$ структуру, то при произвольных значениях отношения толщин соседних слоев МП $d_{j,i}$, КТ имеют следующий вид:

$$\gamma^{(n)} =$$

$$= \sum_{i\neq j}\frac{1}{1+D_{j,i}}\left\{\gamma_{0i}^{(n)} + \frac{3}{2}\alpha_i\left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)}\right) - \frac{3}{8k_i}\left\{\left(1-P_{ij}\right)\left[\left(1-\frac{6}{\pi}\alpha_i\right)\left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)}\right) + \right.\right.\right.$$

$$+\frac{6}{\pi}\alpha_i\left(\eta_{L_i}^{(n)}-\eta_{l_i}^{(n)}\right)\Bigg]-$$

$$-Q_{ji}\tau_{0j,i}\Bigg[\left(1-\frac{16}{3\pi}\left(\alpha_j+\frac{\alpha_i}{8}\right)\right)\left(\eta_{l_i}^{(n)}-\eta_{d_i}^{(n)}\right)+\frac{6}{\pi}\alpha_i\left(\eta_{L_i}^{(n)}-\eta_{l_i}^{(n)}\right)-$$

$$-\frac{16}{3\pi}\alpha_j\left(\eta_{L_j}^{(n)}-\eta_{l_j}^{(n)}\right)-\left(1-\frac{16}{3\pi}\left(\alpha_j+\frac{\alpha_i}{8}\right)\right)\left(\eta_{l_i}^{(n)}-\eta_{l_j}^{(n)}\right)\Bigg]\Bigg\}\Bigg\},\ \alpha_i\ll 1, \quad (23)$$

$$\gamma^{(n)}=\sum_{i,j}\frac{1}{1+D_{j,i}}\Bigg\{\gamma_{0i}^{(n)}+\left(1-\frac{4}{5\alpha_i}\right)\left(\eta_{L_i}^{(n)}-\eta_{l_i}^{(n)}\right)-$$

$$-\frac{1}{2k_i\alpha_i}\Bigg\{\left(1-P_{ij}\right)\Bigg[\left(1-\frac{3}{4\alpha_i}\right)\left(\eta_{l_i}^{(n)}-\eta_{d_i}^{(n)}\right)+\left(1-\frac{3}{2\alpha_i}\right)\left(\eta_{L_i}^{(n)}-\eta_{l_i}^{(n)}\right)-$$

$$-Q_{ji}\tau_{0j,i}\frac{\alpha_i}{\alpha_j}\Bigg[\left(1+\frac{4}{5\alpha_i}-\frac{\pi\left(\alpha_i+\alpha_j\right)}{4\alpha_i\alpha_j}\right)\left(\eta_{l_i}^{(n)}-\eta_{d_i}^{(n)}\right)+$$

$$+\left(1+\frac{3}{4\alpha_i}-\frac{9\left(\alpha_i+\alpha_j\right)}{8\alpha_i\alpha_j}\right)\left(\eta_{L_i}^{(n)}-\eta_{l_i}^{(n)}\right)\Bigg]\Bigg\},\ \alpha_i\gg 1. \quad (24)$$

В случае, когда каждый слой многослойного образца имеет одинаковые структурные характеристики $\left(\alpha_i=\alpha_j\right)$, формулы (23) и (24) существенно упрощаются и приобретают вид:

$$\gamma^{(n)}=$$

$$=\sum_{i\neq j}\frac{1}{1+D_{j,i}}\Bigg\{\gamma_{0i}^{(n)}+\frac{3\alpha_i}{2}\left(\eta_{L_i}^{(n)}-\eta_{l_i}^{(n)}\right)-\frac{3\left(1-P_{ij}-Q_{ji}\right)}{8k_i}\Bigg[\left(1-\frac{6\alpha_i}{\pi}\right)\left(\eta_{l_i}^{(n)}-\eta_{d_i}^{(n)}\right)+$$

$$+\frac{6}{\pi}\alpha_i\left(\eta_{L_i}^{(n)}-\eta_{l_i}^{(n)}\right)\Bigg]\Bigg\},\ \alpha_i\ll 1, \quad (25)$$

$$\gamma^{(n)}=\sum_{i,j}\frac{1}{1+D_{j,i}}\Bigg\{\gamma_{0i}^{(n)}+\left(1-\frac{4}{5\alpha_i}\right)\left(\eta_{L_i}^{(n)}-\eta_{l_i}^{(n)}\right)-\frac{\left(1-P_{ij}-Q_{ji}\right)}{2k_i\alpha_i}\times$$

$$\times\left\{\left(1-\frac{3}{4\alpha_i}\right)\left(\eta_{l_i}^{(n)}-\eta_{d_i}^{(n)}\right)+\left(1-\frac{3}{2\alpha_i}\right)\left(\eta_{L_i}^{(n)}-\eta_{l_i}^{(n)}\right)\right\}\Bigg\},\ \alpha_i\gg 1. \quad (26)$$

Для многослойной структуры, состоящей из тонких поликристаллических слоев металла $(k_i << 1)$, для коэффициентов тензочувствительности могут быть получены следующие приближенные выражения при произвольном соотношении между толщинами слоев металла в МП:

$$\gamma^{(n)} = \sum_{i \neq j} \frac{1}{1+D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} - \left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)} \right) \left(1 - \ln^{-1} \frac{1}{k_i} \right) \right\}, \ \alpha_i \le k_i, \qquad (27)$$

$$\gamma^{(n)} = \sum_{i \neq j} \frac{1}{1+D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} - \left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)} \right) \left(1 - \frac{1}{\ln \frac{1}{k_i} - \frac{4\alpha_i}{\pi}} \right) + \frac{\left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)} \right) \frac{4\alpha_i}{\pi}}{\ln \frac{1}{k_i} - \frac{4\alpha_i}{\pi}} \right\}, \qquad (28)$$

$$k_i < \alpha_i << 1,$$

$$\gamma^{(n)} = \sum_{i \neq j} \frac{1}{1+D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} - \left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)} \right) \left(1 - \frac{1}{\ln \frac{1}{\alpha_i k_i}} \right) + \left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)} \right) \frac{1}{\ln \frac{1}{\alpha_i k_i}} \right\}, \qquad (29)$$

$$1 < \alpha_i << \frac{1}{k_i}.$$

Таким образом, мы получили точное, в рамках используемой модели, и асимптотические выражения для коэффициентов тензочувствительности, которые в случае выполнения неравенств $l_i << L_i$ или $R_i << 1$ (т.е. когда зернограничный параметр $\alpha_i \to 0$) переходят в соответствующие выражения работы [10]. Дальнейший анализ тензорезистивного эффекта в многослойной поликристаллической пленке возможен только на основе численного расчета.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Для выполнения численного расчета, общую формулу (12), для коэффициента продольной тензочувствительности запишем в виде:

$$\frac{\gamma^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}} = \frac{1}{1+D_{2,1}} \sum_{i \neq j} \left(D_{i,j} \gamma_{0i,j}^{(1)} \right)^{i-1} \left\{ 1 - \frac{M_i^{(1)}}{\gamma_{0i}^{(1)}} \right\}. \qquad (30)$$

При выполнении неравенства $D_{j,i} << 1$ формулу (30) можно записать следующим образом:

$$\gamma^{(1)} = \gamma_{0i}^{(1)} M_i^{(1)} - D_{j,i} \left\{ \gamma_{0i}^{(1)} - M_i^{(1)} - \left(\gamma_{0j}^{(1)} - M_j^{(1)} \right) \right\},$$

откуда вытекает, что

$$\frac{\gamma^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}} \cong \begin{cases} 1-\dfrac{M_1^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}}, & d_{2,1} \to 0, \\ \dfrac{\gamma_{02}^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}}\left(1-\dfrac{M_2^{(1)}}{\gamma_{02}^{(1)}}\right), & d_{2,1} \to \infty. \end{cases} \tag{31}$$

Кривые, приведенные на рис. 1, полученные численным расче-

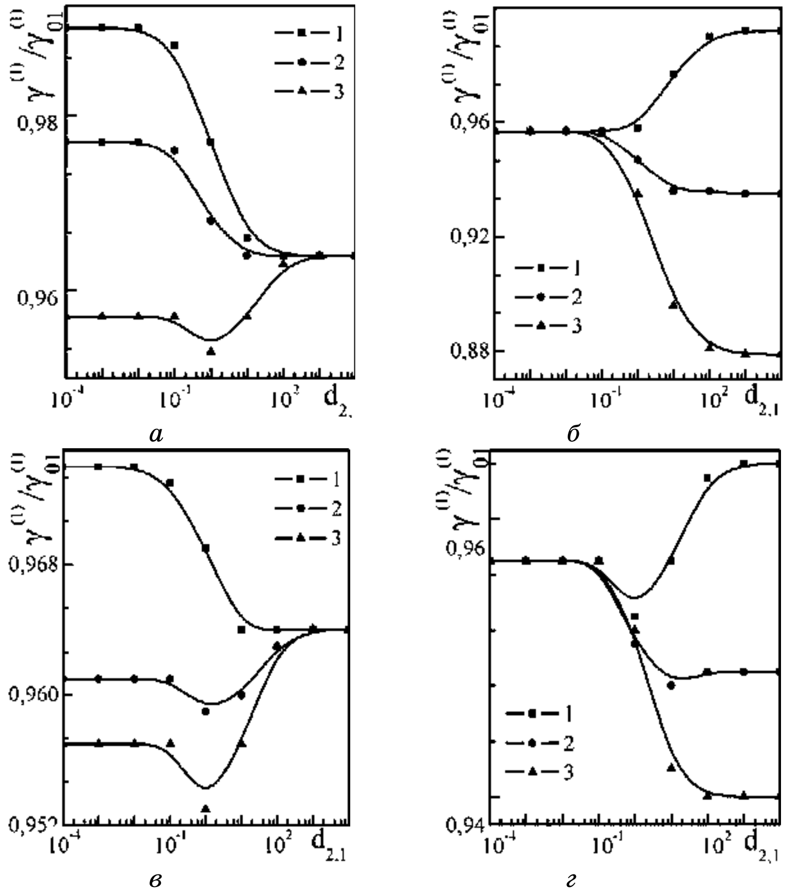

Рис. 1. Зависимость коэффициента продольной тензочувствительности многослойной пленки $\gamma^{(1)} / \gamma_{01}^{(1)}$ от отношения соседних слоев металла $d_{2,1}$ при таких значениях параметров $\left(\eta_{d_i} = \eta_{L_i} = 0,3,\ \eta_{l_1} = 0,5,\ P_{ij} = P_{ji} = 0,1,\ l_{i,j} = 1,\ Q_{ij} = Q_{ji} = Q\right)$: *а* — $Q = 0,1$, $\alpha_i = 0,1$, $\eta_{l2} = 0,4$, *1* — $k_1 = 10$, *2* — $k_1 = 1$, *3* — $k_1 = 0,1$; *б* — $Q = 0,1$, $k_1 = 0,1$, $\alpha_i = 0,1$, *1* — $\eta_{l_2} = 0,5$, *2* — $\eta_{l_2} = 0,3$, *3* — $\eta_{l_2} = 0,1$; *в* — $\alpha_i = 0,1$, $\eta_{l_2} = 0,4$, $k_1 = 0,1$, *1* — $Q = 0,8$, *2* — $Q = 0,5$, *3* — $Q = 0,1$; *г* — $k_1 = 0,1$, $Q = 0,1$, $\eta_{l_2} = 0,4$, *1* — $\alpha_2 = 0,1$, *2* — $\alpha_2 = 1$, *3* — $\alpha_2 = 5$.

том по точной (в рамках используемой модифицированной модели Маядаса и Шацкеса [3, 4]) и иллюстрируют зависимость, нормированной на $\gamma_{01}^{(1)}$, коэффициента продольной тензочувствительности многослойного образца от отношения толщин соседних слоев металла $d_{2,1}$ при различных значениях параметров, которые характеризуют МП. Полученные зависимости показывают, что в области малых значений $d_{2,1} < 0,1$ (рис. 1, *а–г*) численное значения КТ определяется своим значением в слое толщиной d_1 и характером взаимодействия носителей заряда с межслоевыми границами многослойного образца, в то время как при $d_{2,1} >> 1$, поведение $\gamma^{(1)}\left(d_{2,1}\right)$ определяется отношением объемных значений коэффициентов тензочувствительности (рис. 1, *б*). Если же $d_1 \sim d_2$, то характер поведения зависимости $\gamma^{(1)}\left(d_{2,1}\right)$ определяется конкуренцией вклада в КТ объемного и интерфейсного рассеяния электронов.

Если доминирующим механизмом релаксации носителей заряда есть их рассеяние на границах раздела слоев, то на зависимости $\gamma^{(1)}\left(d_{2,1}\right)$ возникает минимум, который с увеличением вероятности прохождения электронов в соседние слои МП без рассеяния (рис. 1, *в*) или параметра α_i вырождается, и коэффициент продольной тензочувствительности монотонным образом изменяется с увеличением периода многослойной поликристаллической пленки $d_{2,1}$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, коэффициент продольной тензочувствительности многослойной поликристаллической пленки немонотонным образом зависит от толщины слоев. В области толщин $d_{2,1} << 1$ КТ определяется своим значением в слое металла толщиной d_1, в то время как при выполнении противоположного неравенства $d_{2,1} >> 1$ коэффициент тензочувствительности асимптотически стремится к отношению своих объемных значений. Если же толщины элемента периодичности имеют один порядок $\left(d_1 \sim d_2\right)$, на размерной зависимости возникает минимум, который обусловлен диффузным характером взаимодействия носителей заряда с границами раздела слоев.

Экспериментальное исследование зависимости коэффициентов продольной и поперечной тензочувствительности от толщины слоев многослойного поликристаллического образца позволяет получить информацию о характере взаимодействия носителей заряда с межслоевыми границами многослойной пленки.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. B. Y. Jin and J. B. Ketterson, *Adv. Phys.*, **38**, No. 3: 189 (1989).
2. І. Ю. Проценко, Н. І. Шумакова, *Технологія одержання і застосування*

плівкових матеріалів (Суми: СумДУ: 2007).
3. A. F. Mayadas, M. Shatzkes, and J. F. Janak, *Appl. Phys. Lett.*, **14**, No. 11: 345 (1969).
4. A. F. Mayadas and M. Shatzkes, *Phys. Rev. B*, **1**, No. 4: 1382 (1970).
5. C. R. Tellier and A. J. Tosser, *Size Effects in Thin Films* (Amsterdam–Oxford–New York: ESPC: 1982).
6. З. Г. Мейксин, *Несплошные керментные пленки. Физика тонких пленок,* (Москва: Мир: 1978), т. **VIII**.
7. A. Chornous, L. Dekhtyaruk, M. Marszalek, and I. Protsenko, *Cryst. Res. Technol.*, **41**, No. 4: 388 (2006).
8. Л. В. Дехтярук, Є. О. Забіла, С. І. Проценко, А. М. Чорноус, *Металлофиз. новейшие технол.*, **26**, № 10: 1333 (2004).
9. В. В. Устинов, *ФММ*, **49**, вып. 1: 31 (1980).
10. Л. В. Дехтярук, И. Е. Проценко, *Наносистеми, наноматеріали, нанотехнології,* **4**, № 3: 695 (2006).