

PACS numbers: 73.61.Ng, 77.22.Ej, 77.55.+f, 77.80.Dj, 77.84.Dy, 77.90.+k, 85.50.-n

Вплив поверхні на внутрішню структуру і динамічні властивості доменної стінки в тонких плівках сегнетоелектриків

А. Б. Шевченко

*Інститут металофізики ім. Г. В. Курдюмова НАН України,
бульв. Акад. Вернадського, 36,
03680, МСП, Київ-142, Україна*

Вивчено вплив поля деполаризації, обумовленого поверхнею плівки сегнетоелектрика (СЕ), на поведінку вектора поляризації в доменній стінці (ДС). Встановлено, що дія цього поля на ґратницю СЕ призводить до появи компоненти вектора поляризації ДС, нормальної до площини стінки, величина якої максимальна поблизу поверхні плівки. Показано, що врахування цього субструктурного наноутворення ДС збільшує ефективну масу ДС та призводить до «зсуву» частоти її власних коливань. Встановлено, що вплив електропровідності плівки зменшує додаткову поляризацію ДС і відповідну величину «зсуву» частоти її власних коливань. Для нанорозмірних плівок BaTiO_3 знайдено характерний час, на протязі якого ефект дії поверхні на внутрішню структуру ДС є найбільш вагомий.

The impact of depolarization field caused by ferroelectric (FE) film surface on polarization vector behaviour in domain wall (DW) is studied. As revealed, the action of this field on FE lattice results in appearance of DW polarization-vector component normal to the DW plane, which is maximal in a vicinity of film surface. As shown, the inclusion of this substructure nanoformation of DW increases effective mass of DW and causes a shift of frequency of its free vibrations. As revealed, the electroconductivity of FE film decreases both additional polarization of DW and corresponding shift of DW free-vibrations frequency. The surface impact on DW internal structure is the most significant during characteristic time, which is determined for nanosized BaTiO_3 films.

Изучено влияние поля деполаризации, обусловленного поверхностью пленки сегнетоэлектрика (СЭ), на поведение вектора поляризации в доменной стенке (ДС). Установлено, что действие этого поля на решетку СЭ приводит к появлению компоненты вектора поляризации ДС, нормальной к плоскости ДС, величина которой максимальна вблизи поверхности пленки. Показано, что учет этого субструктурного нанообразования ДС увеличивает эффективную массу ДС и приводит к сдвигу частоты ее собственных колебаний. Установлено, что электропроводность СЭ пленки уменьшает дополни-

тельную поляризацию ДС и соответствующую величину «сдвига» частоты собственных колебаний ДС. Для наноразмерных пленок BaTiO_3 определено характерное время, на протяжении которого эффект действия поверхности на внутреннюю структуру ДС наиболее значителен.

Ключові слова: сегнетоелектрик, плівка, вектор поляризації, поле деполіризації, доменна стінка, ширина доменної стінки, ефективна маса доменної стінки.

(Отримано 20 травня 2010 р.)

1. ВСТУП

Активний розвиток нанотехнологій викликає підвищений інтерес до дослідження сегнетоелектриків (СЕ) — речовин, що мають спонтанну поляризацію в певному температурному інтервалі. Такий стан реалізується в СЕ у вигляді доменної структури, що являє собою систему домен (макроскопічні області, в межах яких всі елементарні граніці СЕ поляризовані однаково), розділених одна від одної перехідними областями — доменними стінками (ДС). Вже перші дослідження з цієї тематики [1–5] показали відмінність внутрішньої структури ДС у сегнетоелектриках від подібних об'єктів у феромагнетиках, в яких, на відміну від СЕ, вектор магнетування (аналог вектора поляризації), завдяки більш сильній «обмінній» взаємодії (для СЕ «обмінна» енергія обумовлена електростатичною взаємодією між векторами поляризації ДС), не змінюється за величиною в перехідній між доменами області. Як наслідок і Δ — ширина ДС у сегнетоелектриках є меншою за відповідний параметер у феромагнетиках.

Результати подальших досліджень з означеного вище питання знайшли своє системне відображення в монографіях [6–10], де досить повно та всебічно викладені як умови і особливості формування доменної структури в СЕ, так і основні закономірності взаємодії домен з зовнішніми електричними полями. Розглянуто в цих роботах також і термодинамічні властивості домен. В даному контексті слід особливо вказати на огляд [11], в якому наведено результати досліджень впливу доменної структури на різні фазові стани тонких СЕ плівок.

Вагомою з практичної точки зору є також робота [12], в якій визначався такий важливий параметер ДС, як її ширина — в СЕ, що містить дефекти (аналогічна задача для сегнетоеластиків вивчалась в [13, 14]). Було показано, що в цьому випадку, ефективна ширина доменної стінки $l_{\text{еф}}$, значно перевищує ширину ДС у кристалі без дефектів. Крім того, авторами [12] встановлено, що величина $l_{\text{еф}}$, на відміну від Δ , зменшується поблизу температури фазового переходу T_c . Це дозволяє припустити, що спостереження на експерименті ДС з шириною набагато більшою за Δ пов'язано із взаємодією ДС з де-

фектами кристалу SE [15, 16].

При дослідженні сегнетоелектричних плівок певний інтерес викликають механізми формування доменної структури. Так, в [17] вивчалось утворення системи плоских 180° ДС у плівці SE шляхом нуклеації із зародкової фази, вектор поляризації якої антипаралельний вектору поляризації плівки. Встановлено, що для здійснення цього процесу необхідно подолання зародком енергетичного бар'єру $U_0 \sim 10^2 k_B T$. Дане явище потребує значень зовнішнього електричного поля $E \geq 10^2$ кВ/см, спрямованого протилежно поляризації плівки, яке обумовлює втрату стабільності однорідно поляризованої фази плівки [17–19]. Подальший розгляд цієї проблеми в роботі [20] для SE плівок з «мертвим» інтерфейсним електродним шаром показав відсутність енергетичного бар'єру для системи зародків, розмірний масштаб яких складав $\sim \Delta$. Дане явище було обумовлене врахуванням електростатичної взаємодії між зародками, що мало далекочинний характер.

Інший механізм формування доменної структури в SE, внаслідок втрати стійкості кристалічної ґратниці, при фазовому переході в низькосиметричну фазу відносно флюктуації параметра порядку з не рівним нулю значенням хвильового вектора досліджено в [21]. При цьому в першому наближенні, в якості розміру домени, обирався період того модульованого розподілу параметра порядку, що виникає при фазовому переході в кристалі кінцевих розмірів. Подальшим розвитком цього підходу є робота [22], в якій оцінено період доменної структури, що утворювалась шляхом вказаного вище фазового переходу.

Формування домен у SE в умовах екранування поляризації зарядами на поверхневих станах та вільними носіями заряду розглянуто в [23]. В рамках ототожнення періоду доменної структури з періодом модульованого розподілу поляризації, що виникає за механізмом втрати стійкості в SE кристалі, визначено період системи пласкопаралельних домен та вивчено вплив на нього параметрів поверхневих електронних станів, поверхневого несегнетоелектричного шару і екранування вільними носіями зарядів.

Структура двійникових ДС, що реалізуються в перовськіті SrTiO_3 за рахунок впливу на поляризацію внутрішніх напружень кристалу, розглянуто в роботі [24]. В цій роботі обчислено параметри таких стінок (характерна ширина, енергія) та показано, що вони залежать від розмірів кристалу.

Важливим аспектом у вивченні SE плівок є дослідження впливу динаміки доменної структури на фізичні властивості плівок. В даному контексті відмітимо одну із перших робіт з цієї тематики [25], в якій, використовуючи наближення ізольованої ДС, вивчалась залежність діелектричної проникності від частоти електричного поля, що є наслідком зміщення доменних стінок у SE, та одержано

відповідний вираз для електричної сприйнятливості ДС. В даній роботі також була визначена ефективна маса ДС (цей результат було повторено і в роботі [26]) та одержана відповідна оцінка ефективної маси для BaTiO_3 .

Зазначені дослідження, одержали подальший розвиток в роботах [27–30], серед яких слід особливо виділити [28] (див. також монографії [6–10, 31]). В цій роботі з першопринципів вивчалась діелектрична дисперсія в СЕ, доменні стінки якого, здійснюють згинальні коливання. В [28] був одержаний закон дисперсії згинальних хвиль, які можуть розповсюджуватись вздовж ДС. Крім того, на основі одержаного автором рівняння руху 180° ДС, що враховує її згин, обчислено внесок від нього в діелектричну сприйнятливість для випадку «жорстко» закріпленої на дефектах ДС. Наступним доповненням цих робіт є стаття [32], в якій досліджувався вплив на згинальні коливання ДС полів, що обумовлені зарядами, які індукуються в СЕ при русі ДС. Було показано, що врахування інерційності середи призводить до нельокального характеру ефективної маси та «жорсткості» ДС. Вказаний ефект має знайти своє відображення в експериментах по дослідженню діелектричної проникності та взаємодії ДС з ультразвуком, зокрема в процесах генерації ультразвуку доменною стінкою.

«Квазичастинковий» підхід до опису динаміки доменної стінки в СЕ, на основі хвильового рівняння, яке виходить з модельного Гамільтоніяна для малих зміщень йонів ґратниці з положення рівноважного стану СЕ, запропонований в [33]. Ефективна маса ДС, що визначалась в цій роботі, співвідносилась з аналогічною характеристикою ДС із [25, 26].

Врахування внеску п'єзоелектричних деформацій у полі зарядів спонтанної поляризації, які виникають під час переміщення 180° ДС на поверхні СЕ кристалу, в ефективну масу (аналогічна задача для ефективної маси 90° ДС у СЕ кераміці, на основі рівняння руху ДС [34, 35], розглянуто в роботі [36]) та частоту власних коливань ДС виконано в роботі [37]. Показано, що вплив цих деформацій (який притаманний СЕ з сильним п'єзо ефектом) призводить до помітного збільшення ефективної маси та істотного зменшення частоти власних коливань ДС по відношенню до відповідних параметрів ДС, обумовлених параметром порядку P .

В [38, 39] досліджувався вплив доменної структури на гістерезу плівок, а вплив високих зовнішніх напружень та пінінгу ДС на поляризацію СЕ матеріалів, що мають доменну структуру, розглядався в роботах [40–42] і [43–45] відповідно. Ефекти перемикання в СЕ плівках з доменною структурою описано в [46–49].

Слід зауважити, що теоретичні моделі, які застосовувались до дослідження динаміки ДС не враховували вплив на внутрішню структуру ДС деполяризуючого поля, обумовленого поверхнею плі-

вки. Вперше дане питання було розглянуто в роботі [50] та розвинуто в [51–53]. В цих роботах встановлено наявність субструктурного наноутворення ДС у вигляді додаткової поляризації, спричиненої тангенційною компонентою поля деполяризації плівки. Вплив неоднорідного розподілу вектора поляризації по товщині плівки на динаміку ДС досліджено в [54]. При цьому розглядалися СЕ плівки, що характеризуються відмінною від нуля електропровідністю.

Мета роботи — встановлення закономірностей впливу поверхні на внутрішню структуру та динамічні властивості ДС в тонких плівках сегнетоелектриків.

2. СТРУКТУРА ДОМЕННОЇ СТІНКИ В МАСИВНОМУ СЕГНЕТОЕЛЕКТРИКУ

Розглянемо доменну структуру, утворену системою плоских домен, поляризація центра яких характеризується вектором поляризації \mathbf{P}_s . Використовуючи наближення відносно малости ширини ДС по відношенню до періоду доменної структури, будемо вважати ДС ізольованою. Оберемо прямокутну Декартову систему координат з центром у середині ДС. Вісь OZ спрямуємо вздовж вектора \mathbf{P}_s (рис. 1), вісь OX — нормально до площини ДС. Тоді, для кристалів кубічної симетрії, термодинамічний Гіббсів потенціал Φ має такий вигляд

$$\begin{aligned} \Phi = & \Phi_0 + \frac{\chi}{2} \left[(\bar{\nabla} P_x)^2 + (\bar{\nabla} P_y)^2 + (\bar{\nabla} P_z)^2 \right] + \\ & + \alpha (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2) + \frac{\beta_1}{2} (P_x^4 + P_y^4 + P_z^4) + \\ & + \beta_2 (P_x^2 P_y^2 + P_x^2 P_z^2 + P_y^2 P_z^2) + \\ & + \frac{c_{11}}{2} (u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2) + c_{12} (u_{xx} u_{yy} + u_{xx} u_{zz} + u_{yy} u_{zz}) + \\ & + \frac{c_{44}}{2} (u_{xy}^2 + u_{xz}^2 + u_{yz}^2) + \\ & + q_{11} (u_{xx} P_x^2 + u_{yy} P_y^2 + u_{zz} P_z^2) + q_{12} [u_{xx} (P_y^2 + P_z^2) + u_{yy} (P_x^2 + P_z^2) \\ & + u_{zz} (P_x^2 + P_y^2)] + 2q_{44} (u_{xy} P_x P_y + u_{xz} P_x P_z + u_{yz} P_y P_z), \end{aligned} \quad (1)$$

де Φ_0 — термодинамічний потенціал однорідно поляризованого СЕ, χ , α , β_1 , β_2 , c_{11} , c_{12} , c_{44} , q_{11} , q_{12} , q_{44} — феноменологічні константи, $P_{x,y,z}$ — компоненти вектора поляризації вздовж відповідних осей заданої системи координат; u_{ij} — компоненти тензора деформації. У виразі (1) другий доданок відповідає енергії, що обумовлена неоднорідністю поляризації в перехідній між доменами області, три наступ-

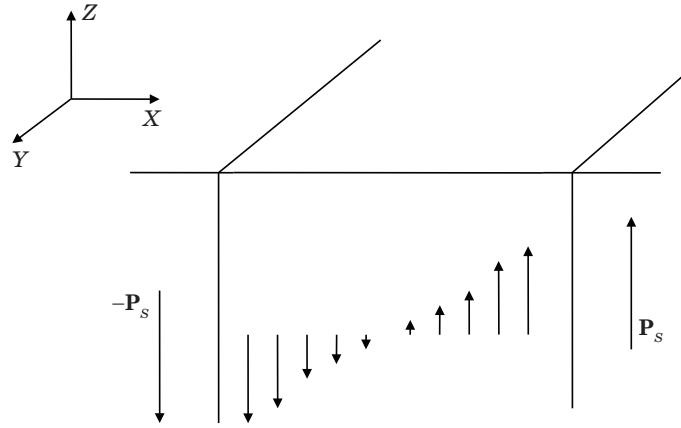


Рис. 1. Доменна стінка, що розділяє 180° домени в об'ємному СЕ. В центрі стінки поляризація відсутня.

них — енергія кристалографічної анізотропії, доданки $\sim u_{ij}u_{kl}$ — пружня енергія, подальші — енергія електрострикції, яка виникає за рахунок взаємодії поляризації та механічної деформації кристалічної ґратниці.

Відомо [10], що доменна структура більшості СЕ характеризується наявністю домен, вектор спонтанної поляризації яких змінює свій напрямок на 180° або 90° (більш складні доменні конфігурації див. в монографії [6]). Для зазначених домен, умовою відсутності об'ємних зарядів у ДС (і при відсутності вільних зарядів) є виконання наступної рівності $\text{div}\mathbf{P} = 0$. Використовуючи це співвідношення, а також розглядаючи для спрощення тетрагональну фазу СЕ (аналогічне дослідження може бути виконано й для інших фаз), для 180° пласкої ДС неважко визначити, що компоненти вектора поляризації $P_x, P_y = 0$. Крім того, за відсутності на нескінченності СЕ зовнішніх сил, можна вважати, що в центрі домен кристал є ненапружений. Це означає, що всі компоненти тензора напружень $\sigma_{ij} = -\partial\Phi/\partial u_{ij}$ дорівнюють нулю при $x \rightarrow \pm\infty$. Враховуючи вищеведене, для компонент тензора $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz} = 0$, із (1) одержуємо наступні співвідношення:

$$\begin{cases} c_{11}u_{xx} + c_{12}(u_{yy} + u_{zz}) + q_{12}P_S^2 = 0, \\ c_{11}u_{yy} + c_{12}(u_{xx} + u_{zz}) + q_{12}P_S^2 = 0, \\ c_{11}u_{zz} + c_{12}(u_{xx} + u_{yy}) + q_{11}P_S^2 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Розв'язуючи далі систему рівнянь (2) знаходимо:

$$u_{xx} = u_{yy} = \left\{ \frac{c_{12}q_{11} - c_{11}q_{12}}{c_{11}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{12}^2} \right\} P_S^2, \quad (3)$$

$$u_{zz} = - \left\{ \frac{q_{11}(c_{11} + c_{12}) - c_{11}q_{12}}{c_{11}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{12}^2} \right\} P_S^2. \quad (4)$$

В свою чергу із умови рівності нулю інших компонент тензора σ_{ij} в центрі домени, неважко визначити, що $u_{xy} = u_{xz} = u_{yz} = 0$.

З метою одержання чисельних оцінок конкретизуємо вид СЕ. Виконаємо дослідження для типового СЕ, що має структуру перовськіту ВаТіО₃. У цьому випадку вирази (3), (4) узгоджуються з результатами вимірювань [55], згідно до яких

$$u_{xx} = u_{yy} = \mu P_S^2, \quad u_{zz} = \rho P_S^2, \quad (5)$$

$$\text{де } \mu = \frac{c_{12}q_{11} - c_{11}q_{12}}{c_{11}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{12}^2} = -1,05 \cdot 10^7 \text{ см}^4/\text{Кл}^2,$$

$$\rho = \frac{q_{11}(c_{11} + c_{12}) - c_{11}q_{12}}{c_{11}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{12}^2} = 2,4 \cdot 10^7 \text{ см}^4/\text{Кл}^2.$$

Природньо вважати, що оскільки розподіл вектора поляризації в ДС залежить тільки від змінної x , то й тензор деформації має залежати також від цієї змінної, тому компоненти тензора деформації u_{yy} , u_{zz} і u_{yz} залишаються сталими й рівними своїм граничним значенням (див. вище).

Використовуючи рівняння рівноваги пружного тіла $\partial\sigma_{ik}/\partial x_k = 0$, можна визначити наступні коефіцієнти u_{ij} , які, враховуючи вираз (1) та означення σ_{ij} , мають вигляд

$$u_{xx} = \mu P_S^2 - (q_{12}/c_{11})(P_z^2 - P_S^2), \quad u_{xy} = u_{xz} = 0. \quad (6)$$

Підставляючи вирази (5), (6) у формулу (1), записуємо термодинамічний потенціал Φ таким чином, що останній залежить тільки від компоненти P_z

$$\Phi = \Phi_0 + \frac{\chi}{2} (\bar{\nabla} P_z)^2 + \frac{b}{2} P_z^2 + \frac{c}{4} P_z^4, \quad (7)$$

$$\text{де } b/2 = \alpha + [q_{11}\rho + q_{12}\mu - (q_{12}c_{12}/c_{11})(\rho + \mu)] P_S^2, \quad c/2 = \beta_1 - q_{12}^2/c_{11}.$$

Виходячи із результатів роботи [56], можна прийняти за сталі, які фігурують в (7), такі значення:

$$b \approx -5,6 \cdot 10^{-2}, \quad c \approx 1,5 \cdot 10^4 \text{ см}^4/\text{Кл}^2, \quad \chi = 3 \cdot 10^{-15} - 3 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2.$$

З приводу коефіцієнта b зауважимо, що, як указано в роботі [5], в перехідній між доменами області, коефіцієнт α дає малий внесок в b , який в такому випадку цілком визначається ефектом електро-стрикції.

Варіюючи вираз (1) за P_z , одержуємо диференціальне рівняння, що описує поведінку вектора поляризації в ДС

$$\chi \frac{d^2 P_z}{dx^2} = bP_z + cP_z^3. \quad (8)$$

Розв'язуючи далі рівняння (8) з крайовою умовою $P_z \rightarrow \pm P_s e_z$ при $x \rightarrow \pm\infty$, неважко одержати (рис. 1) [5]:

$$P_z = P_s \operatorname{th} \left(\frac{x}{\delta} \right), \quad (9)$$

де $P_s^2 = |b|/c$ — значення вектора поляризації в середині домени, $\delta = P_s^{-1} \sqrt{2\chi/c}$ характеризує ефективну ширину ДС у сегнетоелектрику, яка визначається наступним чином $\Delta = 2\delta$. Саме в цій області локалізовано розподіл поляризації в перехідній між доменами області [57].

Оцінка величини δ для перовськіту ВаТіО₃ дає значення ширини ДС ~ 1 нм, яке в свою чергу, погоджується з вимірюваннями виконаними в роботі [3].

Використовуючи формули (1), (9) можна також знайти σ — густину поверхневої енергії ДС:

$$\sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} dx (\Phi - \Phi_0) = \frac{4}{3} P_s^2 \frac{\chi}{\delta} \sim 10^{-6} \text{ Дж/см}^2. \quad (10)$$

Зазначимо, що розрахунок густини поверхневої енергії 180° ДС для сегнетової солі, виконаний відповідно до формули (10), дає $\sigma = 6 \cdot 10^{-9}$ Дж/см² [5], що узгоджується з результатами вимірювань, виконаними в роботі [2].

Слід зауважити, що перенормування термодинамічного потенціалу Φ , яке було нами зроблено вище шляхом розв'язання системи (2) та рівняння рівноваги пружного тіла, може бути виконано і в інший спосіб, суто із загальних уявлень щодо ДС. Так, дійсно, оскільки поляризація в перехідній області між доменами змінюється за величиною і при цьому в ДС відсутні зв'язані електричні заряди, то найпростішій реалізації цих умов в обраній системі координат, відповідає функціональна залежність поляризації тільки від величини компоненти P_z , яка в свою чергу є функцією від координати x . З врахуванням цього, запишемо термодинамічний потенціал Φ в такому вигляді

$$\Phi = \frac{\chi}{2} (\bar{\nabla} P_z)^2 + \alpha P_z^2 + \frac{\beta_1}{2} P_z^4 + \frac{c_{11}}{2} u_{xx}^2 + c_{12} u_{xx} (u_{yy} + u_{zz}) + q_{11} u_{zz} P_z^2 + q_{12} u_{xx} P_z^2 + q_{12} u_{yy} P_z^2. \quad (11)$$

Покладаючи, що деформація, яка обумовлена неоднорідним розподілом поляризації в СЕ визначається \tilde{u}_{xx} — змінною компонентою тензора деформації u_{xx} , останню надамо у вигляді: $u_{xx} = u_{xx}^{(0)} + \tilde{u}_{xx}(x)$, де $u_{xx}^{(0)}$ — визначається (5) і відповідає однорідно поляризованому СЕ. Враховуючи дане співвідношення, змінну частину (11) перепишемо наступним чином

$$\Phi = \frac{\chi}{2} (\bar{\nabla} P_z)^2 + \alpha P_z^2 + \frac{\beta_1}{2} P_z^4 + c_{11} u_{xx}^{(0)} \tilde{u}_{xx} + \frac{c_{11}}{2} \tilde{u}_{xx}^2 + c_{12} \tilde{u}_{xx} (u_{yy} + u_{zz}) + q_{11} u_{zz} P_z^2 + q_{12} u_{xx}^{(0)} P_z^2 + q_{12} \tilde{u}_{xx} P_z^2 + q_{12} u_{yy} P_z^2, \quad (12)$$

де u_{zz} — визначається формулою (5).

Порівнюючи в (12) за порядком член $c_{11} u_{xx}^{(0)} \tilde{u}_{xx}$, який відповідає пружній енергії СЕ, з членом, що описує електрострикцію $q_{12} u_{xx}^{(0)} P_z^2$, знаходимо зв'язок між компонентою тензора деформації u_{xx} та параметром порядку P_z в перехідній області

$$\tilde{u}_{xx} \sim -\frac{q_{12}}{c_{11}} P_z^2. \quad (13)$$

Знак « \sim » у виразі (13) вказує на протидію ґратниці СЕ до деформації, що обумовлена поляризацією P_z . Підставляючи у формулу (12) вирази (5) і (13), після ряду обчислень одержуємо термодинамічний потенціал Φ у вигляді, що співпадає з формулою (7).

Зазначимо також, що пошук \tilde{u}_{xx} компоненти тензора деформації саме у вигляді (13) визначає u_{xx} (і відповідно термодинамічний потенціал (12)) з точністю до сталої C , яку ми знаходимо з умови $u_{xx} \rightarrow u_{xx}^{(0)}$ при $x \rightarrow \pm\infty$. Тоді $C = q_{12} P_S^2 / c_{11}$ і вираз для u_{xx} компоненти тензора деформації співпадає з формулою (6). До цього слід додати, що порівняння інших доданків у формулі (12) призводить до значень коефіцієнтів розвинення термодинамічного потенціалу, які співпадають за порядком з відповідними коефіцієнтами у виразі (7).

Зауважимо, що аналогічно до 180° може бути розглянуто і поведінку вектора поляризації в 90° ДС, в якій вектори спонтанної поляризації P'_S в суміжних доменах орієнтовано перпендикулярно один до одного [5]. В такому випадку, в системі координат, що обернена відносно обраної навколо вісі OY на кут $\pi/4$ (в даній системі координат значно спрощується розгляд задачі), умова відсутності заряду ДС обумовлює збереження компоненти вектора поляризації $P_x = P'_S / \sqrt{2}$, нормальної до стінки.

3. ПОЛЕ ДЕПОЛЯРИЗАЦІЇ ПЛІВКИ СЕГНЕТОЕЛЕКТРИКА, ЩО МІСТИТЬ ДОМЕННУ СТІНКУ

Розглянемо ізольовану 180° ДС в плівці СЕ, товщина якої h . Врахуємо вплив поверхні плівки на поведінку вектора поляризації в ДС. Для цього, знайдемо поле деполяризації такої плівки. При розв'язку даної задачі зважимо на те, що врахування поверхні плівки спричиняє появу в ДС електричних зарядів протилежних знаків, густина яких максимальна поблизу поверхні плівки. Наявність цих зарядів обумовлює виникнення в структурі доменної стінки — P_x компоненти вектора поляризації.

Вочевидь, що для P_x має виконуватись граничний перехід: $P_x \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \pm\infty$. В такому випадку, виходячи з Максвеллових рівнянь, для поля деполяризації плівки можемо записати наступні рівняння

$$\operatorname{div}\mathbf{D}^{(i)} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (14)$$

яким відповідають такі крайові умови:

$$\varepsilon_z E_{d,z}^{(2)} \Big|_{z=\pm h/2} \pm 4\pi\tilde{P}_z = E_{d,z}^{(1),(3)} \Big|_{z=\pm h/2}, \quad E_{d,x}^{(2)} \Big|_{z=\pm h/2} = E_{d,x}^{(1),(3)} \Big|_{z=\pm h/2}, \quad (15)$$

де $\mathbf{D}^{(1)} = (E_{d,x}^{(1)}, 0, E_{d,z}^{(1)})$ є вектор електричної індукції при $z > h/2$ (вакуум); $\mathbf{D}^{(2)} = (\varepsilon_x E_{d,x}^{(2)} + 4\pi P_x, 0, \varepsilon_z E_{d,z}^{(2)} + 4\pi P_z)$ — електрична індукція при $|z| < h/2$ і $\mathbf{D}^{(3)} = (E_{d,x}^{(3)}, 0, E_{d,z}^{(3)})$ — електрична індукція при $z < -h/2$; $\mathbf{E}_d^{(1),(3)}$ — поле деполяризації зовні плівки; $\mathbf{E}_d^{(2)}$ — в середині плівки; $\varepsilon_x, \varepsilon_z$ — діелектричні проникності вздовж відповідних осей заданої системи координат; $\tilde{P}_z = \lim_{z \rightarrow h/2} P_z$.

Вводячи надалі електростатичний потенціал $\phi^{(i)}$ згідно до співвідношення $\mathbf{E}^{(i)} = -\nabla\phi^{(i)}$, рівняння (14) та крайові до них умови (15) можна переписати в наступному вигляді:

$$\frac{\partial^2 \phi^{(1),(3)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^{(1),(3)}}{\partial z^2} = 0, \quad |z| > h/2, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x \frac{\partial^2 \phi^{(2)}}{\partial x^2} + \varepsilon_z \frac{\partial^2 \phi^{(2)}}{\partial z^2} &= 4\pi \frac{\partial P_x}{\partial x} + 4\pi \frac{\partial P_z}{\partial z}, \quad |z| < h/2, \\ -\varepsilon_z \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial z} \Big|_{z=\pm h/2} \pm 4\pi\tilde{P}_z &= -\frac{\partial \phi^{(1),(3)}}{\partial z} \Big|_{z=\pm h/2}, \end{aligned} \quad (17a)$$

$$\left(\frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial x} = \frac{\partial \phi^{(1),(3)}}{\partial x} \right) \Big|_{z=\pm h/2}. \quad (17б)$$

Записану систему рівнянь слід також доповнити умовою поведінки потенціалу ϕ на нескінченності:

$$\phi^{(i)} \rightarrow 0 \text{ при } |x| \rightarrow \infty, |z| \rightarrow \infty. \quad (17в)$$

Спростимо задачу, поклавши, що в нульовому наближенні $P_x = 0$, $\partial P_z / \partial z = 0$, тобто має місце наближення нескінченно тонкої стінки. Тоді, рішення рівнянь (16), що мають задовольняти (17б), згідно до методи потенціалів [58], можна записати наступним чином:

$$\begin{aligned} \phi^{(1)} = & \int_{-\infty}^{+\infty} dx' v(x') \ln \left[\left(\frac{x}{\sqrt{\epsilon_x}} - x' \right)^2 + \left(z - \frac{h}{2} \right)^2 / \epsilon_x \right] - \\ & - \int_{-\infty}^{+\infty} dx' v(x') \ln \left[\left(\frac{x}{\sqrt{\epsilon_x}} - x' \right)^2 + \left(z - \frac{h}{2} + h \sqrt{\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z}} \right)^2 / \epsilon_x \right], \quad z > h/2, \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi^{(2)} = & \int_{-\infty}^{+\infty} dx' u(x') \ln \left[\left(\frac{x}{\sqrt{\epsilon_x}} - x' \right)^2 + \left(z - \frac{h}{2} \right)^2 / \epsilon_z \right] - \\ & - \int_{-\infty}^{+\infty} dx' u(x') \ln \left[\left(\frac{x}{\sqrt{\epsilon_x}} - x' \right)^2 + \left(z + \frac{h}{2} \right)^2 / \epsilon_z \right], \quad |z| < h/2, \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi^{(3)} = & \int_{-\infty}^{+\infty} dx' v(x') \ln \left[\left(\frac{x}{\sqrt{\epsilon_x}} - x' \right)^2 + \left(z + \frac{h}{2} \right)^2 / \epsilon_x \right] - \\ & - \int_{-\infty}^{+\infty} dx' v(x') \ln \left[\left(\frac{x}{\sqrt{\epsilon_x}} - x' \right)^2 + \left(z + \frac{h}{2} - h \sqrt{\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z}} \right)^2 / \epsilon_x \right], \quad z < -h/2. \quad (20) \end{aligned}$$

Прямим диференціюванням виразів (18)–(20) можна переконались, що крайова умова (17б) виконується при рівності функцій u і v , які в свою чергу визначаються із крайової умови (17а).

Крім того, зауважимо, що функціональний вигляд \tilde{P}_z визначається шляхом варіювання термодинамічного потенціалу Φ . В той же час при $|x| \rightarrow \infty$ вектор поляризації є однорідним та паралельним вісі OZ , а його модуль дорівнює P_s .

Розглядаючи далі рівняння (17а) з врахуванням цього факту й покладаючи $u(x) = v(x) = u(\theta(x) - \theta(-x))$, що узгоджується з наближенням і геометрією задачі, де $u(x) > 0$, $\theta(x)$ — Хевісайдова функція, після підстановки виразів (18)–(20) в рівняння (17а) та відповідних обчислень, знаходимо компоненти деполяризувального поля СЕ-плівки:

$$\begin{aligned} E_{d,x}^{(2)} &= -\frac{2P_S}{\sqrt{\varepsilon_x}\sqrt{\varepsilon_z}} \ln \left[\frac{x^2/\varepsilon_x + (z + h/2)^2/\varepsilon_z}{x^2/\varepsilon_x + (z - h/2)^2/\varepsilon_z} \right], \\ E_{d,z}^{(2)} &= -\frac{4P_S}{\varepsilon_z} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{\varepsilon_z}/\sqrt{\varepsilon_x}}{h/2 - z} + \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{\varepsilon_z}/\sqrt{\varepsilon_x}}{h/2 + z} \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

Відповідно енергію поля деполяризації w_{E_d} , обумовлену врахуванням поверхні плівки, знаходимо згідно до [2] за формулою

$$w_{E_d} = \frac{1}{8\pi} \int dv \mathbf{E}_d (\mathbf{D} - 4\pi\mathbf{P}) = \frac{1}{8\pi} \int dv \mathbf{E}_d \mathbf{D} - \frac{1}{2} \int dv E_{d,x}^{(2)} P_x - \frac{1}{2} \int dv E_{d,z}^{(2)} P_z. \quad (22)$$

Зважаючи на потенціальний характер деполяризуючого поля та враховуючи співвідношення (14), (15), (17в), після застосування теореми Гавса–Остроградського [59], неважко переконатися, що перший член у виразі (22), в якому інтегрування відбувається за всім простором, дорівнює нулю.

Таким чином, внесок енергії поля деполяризації в термодинамічний потенціал системи визначається двома останніми доданками виразу (22), в яких інтегрування здійснюється вже по об'єму СЕ-плівки.

Неважко пересвідчитися, що результат обчислення енергії деполяризуючого поля, в якому нормальна до площини плівки компонента поля визначається формулою (21) (без врахування компоненти поля $E_{d,x}^{(2)}$) узгоджується з розрахунком w_{E_d} , одержаним у роботі [2] для системи 180° ДС в СЕ плівці, із застосуванням Фур'є-розвинення. Дійсно, згідно з вищенаведеним, поклавши у виразі (22) компоненту вектора поляризації P_z у вигляді $P_z(x) = P_S(\theta(x) - \theta(-x))$, можемо записати ряд наступних перетворень:

$$\begin{aligned} w_{E_d} &= -\frac{1}{2} \int dv E_{d_z}^{(2)}(x, z) P_z(x) = -\frac{P_S}{2} \int_{-h/2}^{h/2} dz \int_0^{d/2} E_{d_z}^{(2)}(x, z) + \\ &+ \frac{P_S}{2} \int_{-h/2}^{h/2} dz \int_{d/2}^0 E_{d_z}^{(2)}(x, z) = -P_S L_y \int_{-h/2}^{h/2} dz \int_0^{d/2} dx E_{d_z}^{(2)}(x, z), \end{aligned} \quad (23)$$

де L_y — лінійний вздовж осі OY розмір плівки.

Враховуючи явний вигляд поля $E_{d_z}^{(2)}(x, z)$ (див. формулу (21)), пі-

сля виконання операції інтегрування в (23) та ряду обчислень, одержуємо:

$$w_{E_d} = \frac{P_S^2 d^2}{2\sqrt{\varepsilon_x} \sqrt{\varepsilon_z}} \left\{ 4 \operatorname{karctg} \frac{1}{\kappa} - \kappa^2 \ln(1 + \kappa^{-2}) + \ln(1 + \kappa^2) \right\}, \quad (24)$$

де $\kappa = 2h\sqrt{\varepsilon_x}/d\sqrt{\varepsilon_z}$, d — період доменної структури.

Помноживши вираз (24) на кількість домен L_x/d (L_x — лінійний розмір плівки вздовж осі OX), одержуємо для енергії деполяризуючого поля

$$w_{E_d} = \frac{\zeta P_S^2 L_x L_y}{d\sqrt{\varepsilon_x} \sqrt{\varepsilon_z}}, \quad (25)$$

де $\zeta = \frac{1}{2} \left\{ 4 \operatorname{karctg} \kappa^{-1} - \kappa^2 \ln(1 + \kappa^{-2}) + \ln(1 + \kappa^2) \right\}$.

В свою чергу вираз для поверхневої енергії системи домен має вигляд $w_w = \sigma L_x L_y h/d$.

Враховуючи (10), із умови $\frac{\delta}{\delta d} (w_w + w_{E_d}) = 0$, визначаємо d_{eq} рівноважну ширину доменної структури СЕ плівки

$$d_{eq} = \frac{h^{1/2}}{P_S \sqrt{\zeta}} \left(\sqrt{\varepsilon_x} \sqrt{\varepsilon_z} \right)^{1/2} \sigma^{1/2}. \quad (26)$$

Для знаходження в (26) чисельного значення коефіцієнта ζ , необхідно встановити величину параметра κ , оскільки згідно до (25) $\zeta = \zeta(\kappa)$. З цією метою підставимо в формулу для κ (див. формулу (24)) вираз d_{eq} із (26), тоді

$$\kappa = \left(\frac{h}{\delta} \right)^{1/2} \left(\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} \right)^{1/4} \left(\frac{6\zeta}{|b|\varepsilon_z} \right)^{1/2}. \quad (27)$$

Для виконання подальших обчислень конкретизуємо вид СЕ, розглянувши вирази (26), (27) для перовськіту ВаТіО₃. В такому випадку діелектричні сталі (не обмежуючи загальності розглядаємо тетрагональну фазу) мають наступні значення: $\varepsilon_x = 4,1 \cdot 10^3$, $\varepsilon_z = 1,6 \cdot 10^2$. З врахуванням цього, а також величини коефіцієнта b (див. формулу (7)), вираз (27) перепишемо наступним чином:

$$\kappa = 1,84 \left(\frac{h}{\delta} \right)^{1/2} \sqrt{\zeta}. \quad (28)$$

Розв'язок рівняння (28) для плівок з характерними величинами

товщини $h/\delta \sim 10^2-10^3$, дає наступні значення κ : $\kappa_1 \approx 42$, $\kappa_2 \approx 148$. При цьому значення параметра ζ знаходяться в інтервалі (ζ_1, ζ_2) , де $\zeta_1 = 5,2$, $\zeta_2 = 6,56$. Тоді, відповідно до одержаного, формулу (26) можна записати наступним чином:

$$d_{eq} = \frac{h^{1/2}\xi}{P_S} \left(\sqrt{\epsilon_x} \sqrt{\epsilon_z} \right)^{1/2} \sigma^{1/2},$$

де ξ параметер, який досить слабо залежить від товщини плівки та набуває значень, що перебувають в інтервалі $0,39-0,43$ при $h/\delta \sim 10^2-10^3$.

В той же час, розрахунок рівноважної ширини домен згідно до формалізму роботи [2], дає значення $\xi' \approx 0,54$, яке добре узгоджується із одержаними нами величинами ξ . Це вказує на коректність запропонованого нами фізичного моделю ДС та відповідного підходу до опису поля деполаризації СЕ плівки. Відмітимо також, що внесок в енергію деполаризації плівки тангенційної компоненти поля, як це впливає із (21), складає $\sim (P_x/P_S)^2 (\epsilon_z/\epsilon_x)^{1/2}$, по відношенню до внеску від нормальної компоненти деполаризуючого поля. Нижче ми покажемо, що $P_x \ll P_S$, крім того, в нашому випадку $\epsilon_x \gg \epsilon_z$. В силу цього внеском від компоненти $E_{d,x}^{(2)}$ в енергію деполаризації плівки w_{E_d} можна знехтувати.

Зауважимо також, що одержані нами формули (21) для компонент деполаризуючого поля, заміною $\epsilon_x, \epsilon_z \rightarrow 1$, $P_S \rightarrow M_S$ (M_S — магнетованість плівки в центрі домени) перетворюються у формули для відповідних компонент поля знемагнетування феромагнетної плівки \mathbf{H}_d , що містить ДС [60]. Така властивість цих виразів є наслідком загальності впливу електричних (магнетних) зарядів, спричинених поверхнею плівки СЕ (феромагнетика), на електричну (магнетну) структуру самої ДС. В той же час дія полів розсіяння плівок на поведінку відповідних параметрів порядку в ДС є різною: деформація ґратниці СЕ, що обумовлює появу P_x компоненти вектора поляризації ДС в першому випадку, та поворот вектора магнетованості в напрямку нормальному до площини ДС в другому. При цьому, дані ефекти, в силу максимальності полів \mathbf{E}_d і \mathbf{H}_d поблизу поверхні плівок, найбільш суттєві саме в цих областях.

4. КРАЙОВА УМОВА ДЛЯ ВЕКТОРА ПОЛЯРИЗАЦІЇ НА ПОВЕРХНІ ПЛІВКИ СЕГНЕТОЕЛЕКТРИКА

Виходячи із формалізму, розвиненому в роботах [61, 62], одержуємо крайову умову для вектора поляризації \mathbf{P} ($P_x, 0, P_z$) на поверхні плівки. Для цього, на початку, перенормуємо термодинамічний потенціал СЕ (1), який враховує P_x і P_z компоненти вектора поляризації та має наступний вигляд

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{\chi}{2} (\bar{\nabla} P_z)^2 + \frac{\chi}{2} (\bar{\nabla} P_x)^2 + \alpha P_z^2 + \alpha P_x^2 + \beta_1 \frac{P_z^4}{2} + \beta_1 \frac{P_x^4}{2} + c_{11} \frac{u_{xx}^2}{2} + c_{12} u_{xx} \times \\ & \times (u_{yy} + u_{zz}) + q_{11} u_{zz} P_z^2 + q_{11} u_{xx} P_x^2 + q_{12} u_{xx} P_z^2 + q_{12} u_{yy} P_z^2 + q_{12} u_{yy} P_x^2 + q_{12} u_{zz} P_x^2. \end{aligned} \quad (29)$$

Представимо u_{xx} компоненту тензора деформації у вигляді — $u_{xx} = u_{xx}^{(0)} + \tilde{u}_{xx}$, де $u_{xx}^{(0)}$ — відповідає деформації однорідно поляризованого СЕ; \tilde{u}_{xx} — деформація СЕ, обумовлена неоднорідним розподілом поляризації. Тоді, з врахуванням цього, вираз (29) можна переписати наступним чином:

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{\chi}{2} (\bar{\nabla} P_z)^2 + \frac{\chi}{2} (\bar{\nabla} P_x)^2 + \alpha P_z^2 + \alpha P_x^2 + \beta_1 \frac{P_z^4}{2} + \beta_1 \frac{P_x^4}{2} + c_{11} u_{xx}^{(0)} \tilde{u}_{xx} + \\ & + c_{11} \frac{\tilde{u}_{xx}^2}{2} + c_{12} \tilde{u}_{xx} (u_{yy} + u_{zz}) + q_{11} u_{zz} P_z^2 + q_{11} (u_{xx}^{(0)} + \tilde{u}_{xx}) P_x^2 + \\ & + q_{12} (u_{xx}^{(0)} + \tilde{u}_{xx}) P_z^2 + q_{12} u_{yy} P_z^2 + q_{12} u_{yy} P_x^2 + q_{12} u_{zz} P_x^2, \end{aligned} \quad (30)$$

де $u_{xx}^{(0)}$, u_{yy} , u_{zz} — визначаються формулами (5).

Порівнюючи у виразі (30) за порядком члени, що відповідають пружній енергії СЕ — $c_{11} u_{xx}^{(0)} \tilde{u}_{xx}$ та електрострикції — $q_{11} u_{xx}^{(0)} P_x^2 + q_{12} u_{xx}^{(0)} P_z^2$, знаходимо:

$$\tilde{u}_{xx} \sim - \frac{q_{11}}{c_{11}} P_x^2 - \frac{q_{12}}{c_{11}} P_z^2.$$

При цьому ж звичайно $\tilde{u}_{xx} = \tilde{u}_{xx}(x, z)$. Неважко бачити, що в такому випадку деформація ґратниці в місці знаходження ДС, залежить також і від P_x компоненти вектора поляризації.

Зазначимо, що u_{xx} -компоненту тензора деформації (як і вираз (30)) визначено з точністю до сталої C' , яка в свою чергу знаходиться з умови $u_{xx} \rightarrow u_{xx}^{(0)}$, при $x \rightarrow \pm\infty$ і відповідно дорівнює $C' = q_{12} P_S^2 / c_{11}$. Тоді вираз для u_{xx} має вигляд $u_{xx} = \mu P_S^2 - (q_{12}/c_{11})(P_z^2 - P_S^2) - q_{11} P_x^2 / c_{11}$.

Враховуючи наведене вище та формули (5), термодинамічний потенціал сегнетоелектрика Φ запишемо через P_x і P_z компоненти вектора поляризації плівки:

$$\Phi = \frac{\chi}{2} (\bar{\nabla} P_x)^2 + \frac{\chi}{2} (\bar{\nabla} P_z)^2 + \frac{a}{2} P_x^2 + \frac{b}{2} P_z^2 + \frac{c'}{4} P_x^4 + \frac{c}{4} P_z^4 + \frac{d'}{2} P_x^2 P_z^2, \quad (31)$$

де $\frac{a}{2} = \alpha + [q_{11}\mu + q_{12}\rho - (q_{11}c_{12}/c_{11})(\rho + \mu)] P_S^2$, $\frac{c'}{2} = \beta_1 - \frac{q_{11}^{(2)}}{2c_{11}}$, $\frac{d'}{2} = \beta_2$.

Відмітимо, що визначені нами вище параметри розвинення поте-

нціялу за компонентами вектора поляризації P_x і P_z якісно узгоджуються з відповідними коефіцієнтами, одержаними в роботі [63], при перенормуванні термодинамічного потенціалу для сегнетоелектричних кристалів кубічної симетрії.

Чисельні значення, параметрів, які є необхідними для подальших розрахунків, виходячи із результатів робіт [5,56], покладаємо наступними: $a \approx 1,5 \cdot 10^{-2}$, $c' \sim 10^4 \text{ см}^4/\text{Кл}^2$, $d'/2 \sim 10^7 \text{ см}^4/\text{Кл}^2$.

Визначивши термодинамічний потенціал SE плівки, здійснимо операцію його варіювання за вектором поляризації \mathbf{P} . Тоді із (31) після ряду обчислень знаходимо:

$$\delta\tilde{\Phi} = \int dv \left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{P}} - \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{P}/x_k} \right\} \delta\mathbf{P} + \int dS_k \frac{\partial\Phi}{\partial \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial x_k}} \delta\mathbf{P}, \quad (32)$$

де $\tilde{\Phi} = \int dv\Phi$.

Покладаючи рівним нулю вираз у фігурних дужках (перший член у формулі (32)), знаходимо рівняння (аналог рівнянь Ойлера–Лягранжа), що описують рівноважний розподіл вектора поляризації в плівці SE. Із обертання в (32) в нуль другого інтеграла визначається крайова умова для вектора поляризації на поверхні SE. Ця вимога має місце для довільної поверхні SE плівки, при виконанні наступного співвідношення:

$$\left. \frac{\partial\Phi}{\partial \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial x_k}} \right|_{S_k} = \mathbf{0}. \quad (33)$$

Враховуючи явний вигляд термодинамічного потенціалу Φ (формула (31)), а також зважаючи, що в нашому випадку

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}(x, z), \quad \mathbf{P} \rightarrow \pm P_s \mathbf{e}_z \quad \text{при } x \rightarrow \pm\infty$$

і відповідно $\partial\mathbf{P}/\partial z = \mathbf{0}$ на боковій поверхні плівки, із (33) знаходимо крайову умову для вектора поляризації \mathbf{P} на верхній та нижній площинах плівки

$$\left. \frac{\partial\mathbf{P}}{\partial z} \right|_{z=\pm h/2} = \mathbf{0}. \quad (34)$$

Зазначимо, що при одержанні крайової умови (34) ми використовували для термодинамічного потенціалу SE плівки вираз, що відповідає наявності в плівці 180° ДС. Разом з тим, подібний вигляд (у системі координат, яка обернена відносно обраної навколо вісі OY на кут $\pi/4$) має також і термодинамічний потенціал у випадку сегнето-

електрика, що містить 90° ДС. Тому зрозуміло, що одержана вище умова для вектора поляризації на поверхні відповідає і СЕ плівкам (в оберненій системі координат), в яких утворені 90° ДС.

5. ВНУТРІШНЯ СТРУКТУРА ДОМЕННОЇ СТІНКИ В ПЛІВКАХ СЕГНЕТОЕЛЕКТРИКІВ

Для вивчення впливу поля деполяризації плівки СЕ на структуру утвореної в неї ДС та визначення відповідної поведінки вектора поляризації, проваріюємо термодинамічний потенціал (31) з врахуванням енергії w_{E_d} (див. формулу (22)) за компонентами вектора поляризації P_x і P_z . Після чого можемо записати:

$$\begin{aligned} \chi \frac{\partial^2 P_z}{\partial x^2} + \chi \frac{\partial^2 P_z}{\partial z^2} &= bP_z + cP_z^3 + d'P_x^2 P_z - E_{d,z}^{(2)}/2, \\ \chi \frac{\partial^2 P_x}{\partial x^2} + \chi \frac{\partial^2 P_x}{\partial z^2} &= aP_x + c'P_x^3 + d'P_z^2 P_x - E_{d,x}^{(2)}/2, \end{aligned} \quad (35)$$

де компоненти поля деполяризації $E_{d,x}^{(2)}$, $E_{d,z}^{(2)}$ — визначаються формулами (21).

Неважко бачити, що вирази (35) являють систему нелінійних рівнянь, яка не має розв'язку в загальному вигляді. Тому, дещо спростимо поставлену задачу, дослідивши поведінку вектора поляризації в двох особливих областях: в середині плівки — $0 \leq |z| \leq h/2 - \delta'$ та поблизу її поверхні — $h/2 - \lambda \sim |z| \leq h/2$, де $\lambda < \delta'$ — товщина тонкого приповерхневого шару плівки; δ' — параметер порядку ширини ДС, яка в свою чергу набагато менша за товщину плівки.

З приводу визначення верхньої межі першої області зазначимо, що δ' є характерною величиною перехідної області доменної структури стінки, в якій енергія анізотропії СЕ конкурує з «обмінною» енергією. В той же час (див. формули (21)), при значеннях $|z| \sim h/2 - \delta'$ збільшується поле деполяризації, тобто в цій області найбільш помітно зростає вплив поверхні плівки на поведінку поляризації. Тому істотно вважати верхньою границею області «в середині» плівки координату — $|z| \sim h/2 - \delta'$. В цій області, як неважко бачити із загальних міркувань, мають місце наступні оцінки:

$$\partial^2 P_{x,z} / \partial x^2 \sim (\bar{\delta})^2, \quad \partial^2 P_{x,z} / \partial z^2 \sim h^{-2}. \quad (36)$$

Зрозуміло також, що компонента вектора поляризації P_x , спричинена дією деполяризуючого поля, є результат впливу останнього на гратницю СЕ. Такий вплив супроводжується її деформацією, яка для BaTiO_3 (як до речі й для KN_2PO_4) в сегнетоелектричній фазі має стрикційний характер. При цьому, в силу неоднорідності поля деполяризації (див. формули (21)), даний ефект є невід'ємною влас-

тивістю СЕ плівок. В такому випадку внесок від нього в термодинамічний потенціал визначається доданками $aP_x^2/2$ і $bP_z^2/2$, компоненти стрикційного поля якого — $(\partial\Phi/\partial P_x)_T$ і $(\partial\Phi/\partial P_z)_T$, вочевидь, мають відповідати за порядком компонентам деполяризуючого поля $E_{d,x}^{(2)}$ і $E_{d,z}^{(2)}$. Виходячи далі із співвідношень $aP_x \sim E_{d,x}^{(2)}$, $bP_z \sim E_{d,z}^{(2)}$, знаходимо, що за порядком: $P_x \sim 2P_S/a\sqrt{\epsilon_x}\sqrt{\epsilon_z}$, $P_z \sim 2P_S/b\epsilon_z$.

Зауважимо, що оскільки $a \sim b$ і $\epsilon_z \ll \epsilon_x$ (для тетрагональної фази ВаТіО₃), то виконується наступна нерівність — $|P_x| \ll |P_z| \sim P_S$. Тоді враховуючи (36), після відповідних оцінок рівнянь, систему (35) можна записати наступним чином:

$$\chi \frac{\partial^2 P_z}{\partial x^2} = bP_z + cP_z^3 - E_{d,z}^{(2)}/2, \quad \chi \frac{\partial^2 P_x}{\partial x^2} = aP_x + c'P_x^3 + d'P_z^2 P_x - E_{d,x}^{(2)}/2. \quad (37)$$

З (37) видно, що в даному наближенні система рівнянь (35) помітно спрощується. Так, із першого рівняння (37) знаходиться компонента поляризації P_z , яка після підстановки у друге рівняння системи визначає P_x .

Зауважимо, що у випадку виконання зворотної нерівності $\epsilon_z \gg \epsilon_x$ (наприклад ромбічна фаза ВаТіО₃) розгляд проблеми може бути виконаний аналогічно до запропонованого підходу.

Граничним переходом $x \rightarrow \infty$, $\partial^2 P_z/\partial x^2 \rightarrow 0$, $E_{d,z}^{(2)} \rightarrow \pm 4\pi P_S/\epsilon_z$, $P_x \rightarrow 0$, із першого рівняння (37) знаходимо значення поляризації в центрі домени:

$$P_S = \sqrt{\left(-b - \frac{2\pi}{\epsilon_z}\right)/c}. \quad (38)$$

Формула (38) показує, що врахування $E_{d,z}$ компоненти поля деполяризації плівки, призводить до зменшення величини поляризації в центрі домени. Із виразу (38) також впливає значення діелектричної проникності в кубічній фазі СЕ:

$$P_S \rightarrow 0, \quad \epsilon_z \rightarrow 2\pi/(-b).$$

Виходячи із таких загальних положень про поведінку P_z , як: $P_z(x, z)|_{z=0} = 0$ і $P_z(x, z) = -P_z(-x, z)$, визначимо $\Delta = 2\delta$ — ширину ДС з врахуванням ефекту поверхні плівки. Для цього, виходячи із формалізму, запропонованому в [57], при заданому z знайдемо точку перегину функції $P_z(x, z)$, тобто точку, в якій виконується співвідношення $\partial^2 P_z/\partial x^2 = 0$.

Із першого рівняння системи (37) впливає, що $\partial^2 P_z/\partial x^2 = 0$ при

$x = 0$; тоді, згідно з наведеним вищом, $\delta = \frac{P_s}{(\partial P_z / \partial x)|_{x=0}}$.

Помножуючи далі перше рівняння системи (37) на $\partial P_z / \partial x$ та інтегруючи одержаний вираз за змінною x в межах від 0 до ∞ , знаходимо:

$$\left(\frac{\partial P_z}{\partial z}\right)\Big|_{x=0} = \sqrt{-\frac{2(bP_s^2/2 + cP_s^4/4)}{\chi}} = P_s \sqrt{\left(-\frac{b}{2} + \frac{\pi}{\varepsilon_z}\right) / \chi}. \quad (39)$$

Зазначимо, що при одержанні формули (39) ми врахували, що в даній області плівки, оцінка інтеграла $\int_0^\infty dx E_{a,z}(x, z) \frac{\partial P_z}{\partial x}$ (де в якості нульового наближення по P_z обрано розподіл поляризації (9)), дає по відношенню до інших членів першого рівняння системи (37) нехтовно малу величину $\sim (\delta/h) P_s^2$ і $\sqrt{\varepsilon_z/\varepsilon_x} P_s^2$. Тому внеском від цього інтеграла в остаточній формулі ми знехтували.

Враховуючи далі (39), для ширини доменної стінки $\Delta = 2\delta$ в плівці СЕ знаходимо

$$\Delta = 2 \sqrt{\frac{2\chi}{-b + 2\pi/\varepsilon_z}}. \quad (40)$$

Із виразу (40) видно, що внесок деполяризуючого поля зменшує ширину ДС в плівці СЕ по відношенню до об'ємного зразка, відображуючи тим самим наявність P_x компоненти вектора поляризації. Разом з тим, при $h \rightarrow \infty$, згідно до (21), компонента поля деполяризації $E_{a,z} \rightarrow 0$, і формули (38), (40) переходять у вирази для P_s і Δ об'ємного сегнетоелектрика [10].

Зауважимо, що формула (40) відповідає ДС у плівці СЕ, яка не містить дефектів. Оцінка ефективної ширини ДС в СЕ плівці, що має дефекти може бути виконана, використовуючи підхід, викладений у роботі [12].

Розглянемо тепер поведінку компоненти вектора поляризації $P_x(x, z)$ в найбільш характерній точці перехідної області — центрі ДС, тобто в точці $x = 0$. Вочевидь, що в цій точці компонента P_x має найбільше значення. Відповідно, із другого рівняння системи (37), замінивши вираз $(\partial^2 P_x / \partial x^2)|_{x=0}$ на наближений $-2\tilde{P}_x \delta^{-2}$, де $\tilde{P}_x = P_x(x, z)|_{x=0}$, та враховуючи (40), одержуємо:

$$\tilde{P}_x(z) = \mp \frac{4P_s \operatorname{artanh}(2z/h)}{(a - b + 2\pi/\varepsilon_z) \sqrt{\varepsilon_x} \sqrt{\varepsilon_z}}, \quad (41)$$

де знак «-» відповідає поляризації при $z > 0$, знак «+» описує розподіл поляризації при $z < 0$.

Аналіза залежності $\tilde{P}_x(z)$ вказує на неоднорідну природу розподілу вектора поляризації по товщині плівки. При цьому дана неоднорідність має нельокальний характер. Слід також зазначити, що з формули (41) випливає: $\tilde{P}_x|_{z=0} = 0$. Даний факт узгоджується з результатом, зазначеним у монографії [31], відносно поведінки вектора поляризації в центрі плівки. Вираз (41) також показує, що наявність в доменній стінці P_x компоненти вектора поляризації є суто поверхневим ефектом. Так граничним переходом із (41) $h \rightarrow \infty$ одержуємо $\tilde{P}_x(z) \rightarrow 0$.

Розкладаючи функцію $\text{artanh}(2z/h)$ в ряд при $|z| \ll h/2$, можемо одержати вираз для поляризації \tilde{P}_x поблизу центра СЕ плівки

$$\tilde{P}_x(z) = \mp \frac{8P_s z/h}{(a-b+2\pi/\epsilon_z)\sqrt{\epsilon_x}\sqrt{\epsilon_z}}.$$

Зазначимо, що подібне явище, — вплив поля знемагнетування магнетної плівки (магнетний аналог поля деполіаризації) на поведінку вектора магнетовання в ДС, — вивчалось в [64]. На відміну від СЕ плівки, в силу сталості модуля магнетованості та нехтовно малими деформаціями ґратниці феромагнетика по відношенню до СЕ, дія поля знемагнетування магнетної плівки призводить до утворення поблизу поверхні плівки в структурі ДС так званих «Неєлевих» ділянок, в яких «Блохову» компоненту вектора магнетовання M_y (в обраній системі координат) обернено вздовж осі OX . В той же час структура ДС поблизу центра феромагнетної плівки є Блоховою. Відповідно, така ДС у силу своєї геометрії, в теорії магнетизму одержала назву «скрученої» ДС. При цьому вирази для компонент поля знемагнетування, які утворюють стінку, подібні до формул (21).

Дослідимо поведінку вектора поляризації в області плівки $h/2 - \lambda \sim |z| \leq h/2$, де $\lambda < \delta'$. Діючи до попереднього випадку та враховуючи при подальшому інтегруванні першого рівняння (37) внесок від компоненти деполіаризуючого поля $E_{d,z}$, знаходимо ширину доменної стінки Δ_{surf} в тонкому шарі поблизу поверхні плівки

$$\Delta_{\text{surf}} = 2\delta_{\text{surf}} = 2\sqrt{\frac{2\chi}{-b-2\pi/\epsilon_z}}, \quad (42)$$

$$\text{де } \delta_{\text{surf}} = \sqrt{\frac{2\chi}{-b-2\pi/\epsilon_z}}.$$

Подальше порівняння виразів (40) та (42) показує, що в приповерхневому шарі СЕ плівки ширина ДС більша за ширину ДС в сере-

дині плівки:

$$\frac{\Delta_{\text{surf}}}{\Delta} = 1 + \frac{1}{(-b\varepsilon_z/4\pi) - 1/2}.$$

Обчислення показують, що для СЕ плівки ВаТіО₃ відношення $\Delta_{\text{surf}}/\Delta$ є досить помітним і складає ≈ 3 . Даний ефект є наслідком більших значень P_x поблизу поверхні плівки по відношенню до відповідних величин поляризації P_x у середині плівки, тобто, ДС стає більш «жорсткою», що і знаходить своє відображення в «розширенні» шару поляризації стінки саме в цій області плівки.

Зазначимо, що визначивши ширину ДС (див. формули (40), (42)) ми в подальшому замінюємо параметер δ' на δ . При цьому δ враховує фактор поверхні плівки і задовольняє умові $\delta \ll h$.

Рівняння для визначення компоненти поляризації \tilde{P}_x одержуємо із другого рівняння системи (37), яке при врахуванні співвідношення

$a\tilde{P}_x \gg c'\tilde{P}_x^3$ та заміні $\chi \left. \frac{\partial^2 \tilde{P}_x}{\partial x^2} \right|_{x=0}$ на $-2\tilde{P}_x \delta_{\text{surf}}$, має вигляд

$$\chi \frac{\partial^2 \tilde{P}_x}{\partial \eta^2} - \tilde{a}\tilde{P}_x = \frac{2P_s}{\sqrt{\varepsilon_x} \sqrt{\varepsilon_z}} \ln \frac{h}{\eta}, \quad (43)$$

де $\eta = h/2 - z$, $\tilde{a} = a + 2\tilde{P}_x \delta_{\text{surf}}^{-2} = a - b - 2\pi/\varepsilon_z$.

Інтегруючи далі (43) за η від λ до 0, та враховуючи крайову умову (34), яка в даному випадку має вигляд

$$\left. \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=0} = 0,$$

рівняння (43) переписуємо наступним чином

$$\frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial \varepsilon} + \frac{\tilde{a}h}{\chi} \int_{\varepsilon}^0 d\eta \tilde{P}_x = - \frac{2P_s h^2}{\chi \sqrt{\varepsilon_x} \sqrt{\varepsilon_z}} \varepsilon (\ln \varepsilon - 1), \quad (44)$$

де $\varepsilon = \lambda/h$.

Розв'язуючи рівняння (44) при $\lambda^2 \ll \delta_{\text{surf}}^2$, знаходимо поляризацію \tilde{P}_x в даній області плівки

$$\tilde{P}_x = \mp \frac{2P_s}{\tilde{a} \sqrt{\varepsilon_x} \sqrt{\varepsilon_z}} \mp \frac{P_s \lambda^2}{2\chi \sqrt{\varepsilon_x} \sqrt{\varepsilon_z}} \left(\ln \left(\frac{\lambda}{h} \right)^2 - 1 \right), \quad (45)$$

де знак «+» відповідає розподілу поляризації поблизу верхньої поверхні плівки, знак «-» — поблизу нижньої поверхні.

Із аналізу виразу (45) випливає, що оскільки мають місце співвідношення: $\lambda^2/2\chi \sim \lambda^2/b\delta_{\text{surf}}^2$, $\tilde{a} \sim b$, то для плівок з характерними значеннями товщини $\delta/h \sim 10^{-2}-10^{-3}$, компоненту поляризації $\tilde{P}_x(z)$ можна вважати сталою величиною, що дорівнює

$$\tilde{P}_x \approx 2P_s/\tilde{a}\sqrt{\epsilon_x}\sqrt{\epsilon_z}. \quad (46)$$

Зауважимо, що граничним переходом $\lambda \rightarrow 0$ розв'язок (45) задовольняє крайовій умові (35). Крайова умова (35) виконується також і для P_z компоненти вектора поляризації, яку ми в якості нульового наближення обирали у вигляді розподілу (9).

Підставляючи чисельні значення параметрів a , b та діелектричних сталей у формулу (46), для плівок BaTiO₃ з $h \sim 10^2-10^3$ нм, знаходимо значення поляризації $\tilde{P}_x \approx 0,1P_s$, в тонкому приповерхневому шарі плівки.

Об'єднуючи далі вирази (41) і (46), представимо графічно розподіл компоненти \tilde{P}_x вектора поляризації в ДС плівки сегнетоелектрика по її товщині на рис. 2.

Наведена вище оцінка величини параметра неоднорідності \tilde{P}_x доменної стінки ($\sim 10\%$ від значення поляризації в центрі домени) є досить вагомюю. Більш того, внесок від додаткової поляризації \tilde{P}_x , що обумовлена поверхнею плівки, спричиняє додаткову «жорсткість» ДС. При цьому саму структурну неоднорідність P_x можна розглядати в якості наноутворення ДС в плівках СЕ.

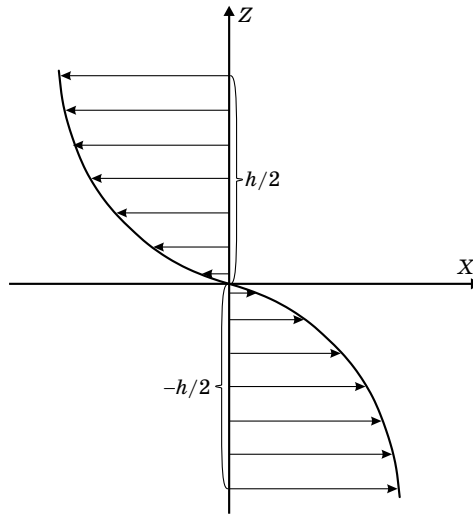


Рис. 2. Розподіл P_x компоненти вектора поляризації по товщині плівки в центрі ДС.

6. ЕФЕКТИВНА МАСА ТА РУХЛИВІСТЬ ДОМЕННОЇ СТІНКИ В ПЛІВКАХ СЕГНЕТОЕЛЕКТРИКІВ

Однією із важливих характеристик ДС, що описує її інерційні властивості є ефективна маса доменної стінки m_{DW} . Розглянемо зв'язок між m_{DW} та фізичними параметрами, які характеризують ДС.

Для коректного введення поняття ефективної маси ДС у сегнетоелектрику необхідно доповнити термодинамічний потенціал системи (31) членом E_k , що відповідає кінетичній енергії перехідної між доменами області [25]:

$$E_k = \int_{-\infty}^{\infty} dx T_k - \int_{-\infty}^{\infty} dx (T_k)_{unif}, \quad (47)$$

де $T_k = \tilde{\mu} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} \tilde{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2$, $\tilde{\mu} = \frac{1}{2} \frac{m^*}{ne^2}$, m^* — ефективна маса йонів,

що визначають поляризацію СЕ; e — ефективний заряд, який відповідає цим йонам; n — їх кількість в одиниці об'єму; $\tilde{\rho}$ — густина матеріалу СЕ; u_i — вектор зміщення, $(T_k)_{unif}$ — густина кінетичної енергії однорідно поляризованого СЕ.

Не обмежуючи загальність, розглянемо (47) для типового СЕ зі структурою перовськіту ВаТіО₃. В цьому випадку, як витікає з результатів робіт [26, 27, 34], ефективна маса ДС визначається першим доданком у формулі (47) (внесок від другого доданку в \tilde{m}_{DW} має місце для СЕ з сильним п'єзоефектом [37]).

Покладаючи далі, що при русі ДС профіль стінки змінюється досить слабко (це справедливо при дії на ДС невеликих за величиною електричних полів), можна розглядати функцію $\mathbf{P}(x, v)$, у автомобільному вигляді, тобто вважати, що $\mathbf{P}(x, v) = \mathbf{P}^c(x - vt)$, де \mathbf{P}^c — відповідає розподілу поляризації статичної ДС; v — швидкість ДС. Вочевидь, що в такому випадку $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = -v \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x}$ і відповідно, $\frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial x^2}$.

Останнє співвідношення вказує, що задача про рух ДС в автомобільному наближенні зводиться до статичної, шляхом перенормування «обмінної» сталої χ в термодинамічному потенціалі (31): $\tilde{\chi} = \chi - \tilde{\mu} v^2 = \chi (1 - v^2/c_0^2)$, де $c_0 = \sqrt{\chi/\tilde{\mu}}$.

У випадку об'ємного СЕ, коли впливом поверхні і провідністю СЕ на структуру ДС можна знехтувати, обираючи (9) в якості розподілу поляризації в ДС та виходячи із наведеного вище, записуємо наступне співвідношення для компоненти P_z вектора поляризації в ДС, що рухається зі швидкістю v :

$$P_z(x, v) = P_s \operatorname{th} \frac{x - vt}{\delta \sqrt{1 - v^2/c_0^2}}. \quad (48)$$

Неважно бачити, що розподіл поляризації в ДС локалізований в межах шару товщиною $2\delta\sqrt{1 - v^2/c_0^2}$. Останнє співвідношення вказує, що існує Льюорентцеве скорочення ширини ДС у випадку її переміщення в СЕ зі швидкістю v . Вочевидь, що при швидкостях доменної стінки $v \ll c_0$ Льюорентц-фактором можна знехтувати. З аналізу виразу (48), також впливає існування в ДС граничної швидкості її руху, що дорівнює c_0 , яка залежить від параметрів ДС. Зрозуміло, що значення c_0 у випадку чистого сегнетоеластика (дані матеріяли характеризуються гістерезою механічної деформації залежно від прикладених до них механічних напружень) має співпадати зі швидкістю звуку в цьому матеріялі.

Після підстановки формули (48) в (31), в якому «обмінна» константа дорівнює $\chi - \tilde{\mu}v^2$, та інтегрування одержаного виразу за змінною x від $-\infty$ до ∞ , для густини поверхневої енергії доменної стінки $\tilde{\sigma}(v)$, що має швидкість v , знаходимо

$$\tilde{\sigma}(v) = \frac{4\chi P_s^2}{3\delta\sqrt{1 - v^2/c_0^2}} = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}}, \quad (49)$$

де σ — густина поверхневої енергії нерухомої ДС, яка визначається формулою (10).

Співвідношення (49) можна переписати у наступному вигляді:

$$\tilde{\sigma}(v) = \tilde{m}_{DW}(v)c_0^2, \quad (50)$$

де $\tilde{m}_{DW}(v) = \frac{\sigma/c_0^2}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}} = \frac{m_{DW}}{\sqrt{1 - v^2/c_0^2}}$ — ефективна маса ДС, що пере-

міщується в СЕ зі швидкістю v ; $m_{DW} = \sigma/c_0^2 = m^*\sigma/ne^2\chi$.

Неважно бачити, що m_{DW} відповідає ефективній масі ДС, швидкість якої $v \ll c_0$, тобто у випадку, коли можна знехтувати Льюорентцевим скороченням ширини ДС. Динамічні властивості ДС з такими швидкостями і будуть предметом нашого дослідження. Для BaTiO_3 розрахунок ефективної маси ДС дає наступну оцінку $m_{DW} \sim 10^{-14}$ кг/см² [25].

Слід зазначити, що вирази (48)–(50) мають релятивістську структуру. Крім того, ці вирази вказують, що хоча рухома ДС й являє собою колективне утворення з векторів поляризації, тим не менш її можна представити у вигляді деякої квазічастинки, із такими параметрами, як швидкість, енергія та маса. Такі властивості ДС, зо-

крема, обумовлюють можливість застосування до опису динаміки доменної стінки Лягранжевого формалізму.

Для доменної стінки, що знаходиться в плівці СЕ необхідно зважити на додаткову «жорсткість», спричинену неоднорідним розподілом компоненти вектора поляризації P_x по товщині плівки, яка є наслідком дії на структуру ДС деполаризуючого поля плівки. Вочевидь, що врахування цього фактора призводить до збільшення ефективної маси ДС. Слідуючи викладеному вище формалізму, неважко знайти, що m'_{DW} в такому випадку залежить від координати z та має вигляд

$$m'_{DW}(z) = m_{DW} (1 + m_x(z)), \quad (51)$$

де $m_x(z) = \left(\frac{P_x(z)}{P_s} \right)^2$ — відносний внесок в ефективну масу ДС, обумовлений врахуванням в структурі ДС неоднорідного розподілу P_x компоненти вектора поляризації по товщині плівки.

Із формули (51) видно, що ефективна маса ДС змінюється по товщині плівки. При цьому величина $m'_{DW}(z)$ є максимальною поблизу поверхні плівки та співпадає з m_{DW} у середині плівки, Для нанорозмірних плівок ВаТіО₃ з $\delta/h \sim 10^{-2}-10^{-3}$, використовуючи формулу (45), одержуємо оцінку $m_x \sim 10^{-2}$.

Слід вказати, що окрім ефективної маси, змінюється по товщині плівки і рухливість ДС. Дійсно, доповнимо перше рівняння системи (35) членом, що відповідає процесу дисипації, — $\tilde{\gamma} \partial P_z / \partial t$ ($\tilde{\gamma}$ — коефіцієнт в'язкості для руху поляризації в СЕ), — та прирівняємо його за порядком до величини зовнішнього електричного поля E_z , спрямованого вздовж осі OZ обраної системи координат:

$$\tilde{\gamma} \frac{\partial P_z}{\partial t} = E_z. \quad (52)$$

Враховуючи, що $|\partial P_z / \partial t| = v |\partial P_z / \partial x|$ та замінюючи похідну за x на P_s / δ , для випадку слабких електричних полів, із формули (52), неважко знайти швидкість v та рухливість $\bar{\mu}$ доменної стінки

$$v = \bar{\mu} E_z, \quad \bar{\mu} = \frac{\delta}{\tilde{\gamma} P_s}. \quad (53)$$

Оскільки ширина ДС залежить від координати z , то зрозуміло, що також від z залежить і рухливість, тобто ця фізична величина не є однорідною за товщиною плівки і збільшується (див. формули (40), (42), (53)) поблизу поверхні плівки. Даний факт вказує на *a priori* нелінійний характер руху ДС в плівці СЕ.

Виходячи далі із формул (40), (42), для BaTiO_3 , неважко одержати наступні оцінки:

$$\bar{\mu}_{\text{surf}}/\bar{\mu}_{\text{in}} \sim \Delta_{\text{surf}}/\Delta \sim 2,5,$$

де $\bar{\mu}_{\text{surf}}$ — значення рухливості ДС поблизу поверхні плівки; $\bar{\mu}_{\text{in}}$ — усередині.

Зауважимо, що, наведені нами вище міркування та одержані результати, досить добре описують динаміку ДС у сегнетоелектрику поблизу точки фазового переходу T_C . Оскільки, при таких температурах збільшується ширина ДС за рахунок «розм'якшення» кристалічної ґратниці.

В той же час, при достатньому віддаленні від температури T_C , доменні стінки в СЕ стають настільки вузькими, що починають відчувати дискретність кристалічної ґратниці. В цьому випадку рух ДС може здійснюватись шляхом утворення та подальшого розростання зародків зворотніх домен на ДС (див. також з цього приводу роботи [3, 4]).

7. ВНУТРІШНЯ СТРУКТУРА ДОМЕННОЇ СТІНКИ В ПЛІВКАХ СЕГНЕТОЕЛЕКТРИКІВ, ЯКІ ХАРАКТЕРИЗУЮТЬСЯ ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЮ. ВЛАСНІ КОЛИВАННЯ ДОМЕННОЇ СТІНКИ

Реальна СЕ плівка, окрім зв'язаних електричних зарядів, сконцентрованих поблизу поверхні плівки і спричинених поляризацією, має відмінну від нуля електропровідність, що описує електричний струм вільних електричних зарядів у СЕ. Внаслідок цього, зв'язані заряди (особливо ті що знаходяться поблизу поверхні) будуть частково екранованими. В цьому контексті є актуальним дослідження впливу даного явища на внутрішню структуру й параметри самої ДС, будова якої характеризується нанорозмірною неоднорідністю за компонентою вектора поляризації P_x , що обумовлена дією тангенційної компоненти поля деполіаризації на перехідну область між доменами. Величина такої неоднорідності є максимальною поблизу поверхні плівки та прямує до нуля всередині плівки.

Для вивчення зазначеної вище проблеми необхідно визначити компоненти поля деполіаризації такої плівки. В обраній системі координат відповідна система Максвеллових рівнянь для деполіаризуючого поля СЕ плівки, та крайові умови до них мають наступний вигляд

$$\text{div}\mathbf{D}^{(1)*,(3)} = 0, \quad \text{div}\mathbf{D}^{(2)*} = -4\pi \int_0^t dt \left(\sigma_x \frac{\partial E_{d,x}^{(2)*}}{\partial x} + \sigma_z \frac{\partial E_{d,z}^{(2)*}}{\partial z} \right), \quad (54)$$

$$\left(-\varepsilon_z E_{d,z}^{(2)*} \mp 4\pi P_z + E_{d,z}^{(2)* (3)} \right) \Big|_{z=\pm \frac{h}{2}} = 4\pi \int_0^t dt \sigma_z E_{d,x}^{(2)*} \Big|_{z=\pm \frac{h}{2}}, \left(E_{d,x}^{(2)*} = E_{d,x}^{*(1),(3)} \right) \Big|_{z=\pm \frac{h}{2}}, \quad (55)$$

де $\mathbf{D}^{(1)*}$, $\mathbf{D}^{(3)*}$ — вектор електричної індукції зовні плівки (вакуум), $\mathbf{D}^{(2)*}$ — електрична індукція у середині плівки; $\mathbf{E}_d^{(1)*}$, $\mathbf{E}_d^{(3)*}$, поле деполяризації у вакуумі; $\mathbf{E}_d^{(2)*}$, — поле деполяризації у середині плівки; σ_x , σ_z — компоненти тензора питомої електропровідності плівки відносно осей OX і OZ обраної системи координат відповідно; t — час.

Зазначимо, що при запису (54), (55) ми скористались рівнянням неперервності

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0,$$

де ρ , $\mathbf{j} = (j_x, 0, j_z)$, $j_x = \sigma_x E_{d,x}^{(2)*}$, $j_z = \sigma_z E_{d,z}^{(2)*}$ — об'ємна густина та струм вільних зарядів плівки відповідно.

Інтегруючи за часом наведене вище рівняння, для об'ємної густини вільних зарядів у середині плівки одержуємо (див. праву частину другого рівняння (54))

$$\rho = - \int_0^t dt \left(\sigma_x \frac{\partial E_{d,x}^{(2)*}}{\partial x} + \sigma_z \frac{\partial E_{d,z}^{(2)*}}{\partial z} \right).$$

Розглядаючи даний вираз на поверхні СЕ плівки, та використовуючи теорему Гауса–Остроградського, для поверхневої густини вільних зарядів $\rho|_{z=\pm h/2}$ знаходимо

$$\rho|_{z=\pm h/2} = - \left(\int_0^t dt j_z^{(1),(3)*} \Big|_{z=\pm h/2} - \int_0^t dt j_z^{(2)*} \Big|_{z=\pm h/2} \right).$$

Зважаючи, що $j_z^{(1),(3)*} = 0$ (струм відсутній поза межами плівки), для поверхневої густини зарядів остаточно одержуємо (див. праву частину першого рівняння крайової умови (55))

$$\rho|_{z=\pm h/2} = \int_0^t dt \sigma_z E_{d,z}^{(2)*} \Big|_{z=\pm h/2}.$$

Розв'язуючи далі систему (54) з крайовими умовами (55), для по-

лів деполаризації плівки знаходимо наступні вирази

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{d,x}^{*(2)} &= -\frac{2P_S^*}{\sqrt{\epsilon_x^*}\sqrt{\epsilon_z^*}} \ln \left[\frac{x^2/\epsilon_x^* + (z+h/2)^2/\epsilon_z^*}{x^2/\epsilon_x^* + (z-h/2)^2/\epsilon_z^*} \right], \\ \tilde{E}_{d,z}^{*(2)} &= -\frac{4P_S^*}{\epsilon_z^*} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{\epsilon_z^*}/\sqrt{\epsilon_x^*}}{h/2-z} + \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{\epsilon_z^*}/\sqrt{\epsilon_x^*}}{h/2+z} \right\}. \end{aligned} \quad (56)$$

Із формул (56) видно, що врахування електропровідності плівки призводить до зменшення величин компонент поля деполаризації плівки, які в свою чергу при $t \gg \epsilon_x/4\pi\sigma_x$, $\epsilon_z/4\pi\sigma_z$ прямують до нуля. Аналіз виразів (56) також показує, що дія поля деполаризації плівки є найбільш помітною поблизу поверхні плівки в області, яка не перевищує ширини ДС. З іншого боку, має місце також і крайова умова

$$\tilde{E}_{d,x}^{*(2)}, \tilde{E}_{d,z}^{*(2)} \rightarrow 0 \text{ при } h \rightarrow \infty.$$

Враховуючи потенціалний характер поля деполаризації та умову відсутності зарядів на нескінченності, енергію деполаризації плівки $w_{E_d}^*$ можна записати наступним чином

$$w_{E_d}^* = \frac{1}{2}\sigma_x \int dv \left(\tilde{E}_{d,x}^{*(2)} \right)^2 + \frac{1}{2}\sigma_z \int dv \left(\tilde{E}_{d,z}^{*(2)} \right)^2 + \int dv \tilde{E}_{d,x}^{*(2)} P_x - \frac{1}{2} \int dv \tilde{E}_{d,z}^{*(2)} P_z, \quad (57)$$

де операція інтегрування у всіх доданках здійснюється за об'ємом СЕ плівки.

Визначивши енергію деполаризації плівки, дослідимо внутрішню структуру ДС. Для цього здійснимо операцію варіювання термодинамічного потенціалу (31) за компонентами вектора поляризації P_x і P_z , після чого одержуємо

$$\chi \frac{\partial^2 P_z}{\partial x^2} = bP_z + cP_z^3 - \tilde{E}_{d,z}^{*(2)}/2, \quad \chi \frac{\partial^2 P_x}{\partial x^2} = aP_x + c'P_x^3 + d'P_z^2 P_x - \tilde{E}_{d,x}^{*(2)}/2. \quad (58)$$

Із першого рівняння системи (58), граничним переходом $x \rightarrow \infty$ (при цьому зрозуміло, що $\partial^2 P_z/\partial x^2 \rightarrow 0$, $\tilde{E}_{d,z}^{*(2)} \rightarrow \pm 4\pi P_S^*/\epsilon_z^*$) знаходимо поляризацію в центрі домени

$$P_S^* = \sqrt{\left(-b - \frac{2\pi}{\epsilon_z^*} \right) / c}. \quad (59)$$

Аналіз виразу (59) показує, що електропровідність плівки зменшує з часом вплив поля деполаризації на величину P_S^* , збільшую-

чи останню по відношенню до аналогічної характеристики для СЕ плівок з нехтовно малою провідністю. При цьому найбільш характерний час t' , на протязі якого поле $\tilde{E}_{d,z}^{(2)*}$ найбільш помітно впливає на P_S^* складає $\sim \epsilon_z/4\pi\sigma_z$. Для часу $t \gg t'$ поляризація P_S^* співпадає з відповідним значенням для об'ємного СЕ: $P_S^* \rightarrow P_S = \sqrt{-b/c}$.

З першого рівняння системи (58) знаходимо ширину доменної стінки Δ^* всередині плівки та Δ_{surf}^* в її тонкому приповерхневому шарі $h/2 - \lambda \sim |z| \leq h/2$, ($\lambda < \delta^*$), з врахуванням питомої електропровідності плівки

$$\Delta^* = 2\delta^* = 2\sqrt{\frac{2\chi}{-b + 2\pi/\epsilon_z^*}}, \quad \Delta_{\text{surf}}^* = 2\delta_{\text{surf}}^* = 2\sqrt{\frac{2\chi}{-b - 2\pi/\epsilon_z^*}}. \quad (60)$$

Неважко бачити, що характерний час, який визначає ефект зменшення ширини ДС (як в середині плівки, так і поблизу її поверхні) під дією поля деполаризації плівки складає $\epsilon_z/4\pi\sigma_z$, а при $t \gg \epsilon_z/4\pi\sigma_z$ ширині ДС відповідає 2δ — ширина ДС в масивному СЕ (відповідно відношення $\Delta_{\text{surf}}^*/\Delta^* \rightarrow 1$).

Із аналізу виразів (60) також витікає, що електропровідність плівки зменшує ефект розширення ДС поблизу поверхні плівки (збільшуючи при цьому величину Δ^* та зменшуючи Δ_{surf}^*), спричинений впливом на ДС нормальної компоненти деполаризуючого поля. Зрозуміло, що подібна поведінка, згідно до виразів (53), (60), має бути притаманна і для рухливості ДС при $t \gg \epsilon_z/4\pi\sigma_z$: $\mu_{\text{surf}}/\mu_{\text{in}} \rightarrow 1$. Вочевидь, що в цьому випадку ДС у плівці СЕ рухається, як одне ціле, тобто має місце лінійний режим руху ДС.

Розв'язуючи друге рівняння (58) з врахуванням (34), (59), (60), для поляризації $\tilde{P}_x^*(z) = P_x^*(x, z)|_{x=0}$ в центрі ДС, знаходимо:

$$\tilde{P}_x^*(z) = \mp \frac{4P_S^* \text{artanh}(2z/h)}{(a - b + 2\pi/\epsilon_z^*) \sqrt{\epsilon_x^*} \sqrt{\epsilon_z^*}} \quad \text{при } 0 \leq |z| \leq h/2 - \delta^* \quad (61)$$

і

$$\tilde{P}_x^* = \mp \frac{2P_S^*}{\tilde{a}^* \sqrt{\epsilon_x^*} \sqrt{\epsilon_z^*}} \mp \frac{P_S^* \lambda^2}{2\chi \sqrt{\epsilon_x^*} \sqrt{\epsilon_z^*}} \left(\ln \left(\frac{\lambda}{h} \right)^2 - 1 \right), \quad (62)$$

при $h/2 - \lambda \sim |z| \leq h/2$, $\lambda^2 \ll (\delta^*)^2$, де знак «+» відповідає розподілу поляризації на верхній поверхні, знак «-» — на нижній;

$$\tilde{a}^* = a - b - 2\pi/\varepsilon_2^* .$$

Аналіза виразів (61), (62) показує, що відмінна від нуля електропровідність плівки СЕ зменшує з часом компоненту вектора поляризації $\tilde{P}_x^*(z)$ і при $t \rightarrow \infty$, $\tilde{P}_x^*(z) \rightarrow 0$. В цьому контексті оцінимо час t^* , за який величина $\tilde{P}_x^*(z)$ зменшується на порядок (в 10 разів). Після чисельних розрахунків виразів (61), (62), покладаючи питому провідність $\sigma_x = \sigma_z \sim 10^{-10}$ Ом·м⁻¹, що відповідає сегнетоелектрику ZrTiO₃, властивості якого подібні до BaTiO₃, знаходимо $t^* \approx 3 \cdot 10^3$ с. Тобто, на протязі даного часу, нанорозмірна структурна неоднорідність ДС, що обумовлена впливом на ДС поля деполяризації плівки, найбільш характерна для вивчення на експерименті та може бути зафіксована електрооптичними або Рентгеновими методами.

Зазначимо також, що час $t^* \approx 3 \cdot 10^3$ с помітно перевищує час t' , який в даному випадку складає ~ 10 с. Тому істотно вважати, що ефектом поверхні плівки СЕ на її доменну структуру, при часі дослідження $t > t^*$, можна знехтувати. В свою чергу, поведінка P_x^* — компоненти вектора поляризації в плівці СЕ, що має відмінну від нуля електропровідність, для часу $t \ll t^*$ описується формулами (60), (61). З іншого боку ширина ДС та значення вектора поляризації у центрі домени описуються виразами (59), (60) для часу $t \leq t'$ і починають помітно зменшуватись для $t > t'$, перетворюючись у формули (38), (40) при $t > t^*$.

Зауважимо, що відмінність характерних часів t' і t^* вказує на різний часовий інтервал впливу на внутрішню структуру ДС компонент поля деполяризації $E_{d,x}$ і $E_{d,z}$. Зазначена властивість може відіграти важливу роль при постановці експерименту з вивчення неоднорідного розподілу поляризації по товщині плівки. Слід також додати, що при проведеному розрахунку, пов'язаних з провідністю плівки, нами не розглядалось екранування поляризації вільними носіями заряду [22].

Із визначення відносної ефективної маси ДС (див. формулу (51)) видно, що час $t = t^*$ визначає і часовий інтервал дії фактора деполяризації плівки на ефективну масу ДС. При цьому, вплив поверхні плівки на ефективну масу ДС максимальний у приповерхневому шарі плівки на початку вимірювання, і у відповідності до формули (61), (62), значення m_x складає $\sim 10^{-2}$.

Дослідимо вплив нанорозмірної неоднорідності доменної стінки P_x на динамічні властивості ДС. Розглянемо, зокрема, власні коливання ДС у зовнішньому електричному полі, паралельному вісі OZ , що характеризуються частотою ω_{DW} . Ця частота виражається через коефіцієнт жорсткості $k = 10^{10}$ кг/м²с² [25, 37] і ефективну масу ДС наступним чином

$$\omega_{DW} = \sqrt{\frac{k}{m'_{DW}}} . \quad (63)$$

Аналіза виразу (63) показує, що компонента вектора поляризації P_x , обумовлюючи залежність ефективної маси m'_{DW} від координати z , призводить також й до залежності від цієї координати і частоти власних коливань доменної стінки ω_{DW} . Це означає, що частота однорідних коливань ДС у плівці СЕ залежить від її товщини. Даний факт, за суттю, є відображенням того, що реальна ДС у плівці СЕ не є пласкою і вказує на фактичну, хоча і досить малу $\sim (\tilde{P}_x^*/P_S^*)^2$ неоднорідність коливань ДС, яка в свою чергу, при врахуванні електропровідності плівки, зменшується із часом t , а для $t \gg t^* = 3 \cdot 10^3$ с прямує до нуля.

Поблизу поверхні плівки, в тонкому приповерхневому шарі $h/2 - \lambda \sim |z| \leq h/2$ в центрі ДС, де ефект дії поверхні на структуру ДС є максимальний, із виразів (60), (62), (63) знаходимо $\Delta\omega_{DW}$ — внесок від компоненти вектора поляризації P_x^* в частоту власних коливань доменної стінки ω_{DW}^* :

$$\Delta\omega_{DW} = \omega_{DW} - \omega_{DW}^* \approx \frac{\omega_{DW}}{2} \left(\frac{\tilde{P}_x^*}{P_S^*} \right)^2, \quad (64)$$

де $\omega_{DW} \sim 10^{10}$ Гц — значення частоти власних коливань ДС для BaTiO_3 , що не враховує компоненту поляризації P_x^* .

Оцінка виразу (64), для плівок BaTiO_3 з $h \sim 10^2 - 10^3$ нм, показує, що частота власних коливань ДС, зазнає «зсув», обумовлений полем деполіаризації плівки, величина якого в початковий момент вимірювань складає $\Delta\omega_{DW} \sim 10^2$ МГц.

Врахування провідності плівки показує, що для часу $t > t^* = 3 \cdot 10^5$ с вплив деполіаризуючого поля плівки на внутрішню структуру ДС істотно зменшується, що знаходить своє відображення і в значеннях $\Delta\omega_{DW}$. Так, відповідний розрахунок (64) показує, що: $\Delta\omega_{DW} \approx 1$ МГц для $t = t^* = 3 \cdot 10^3$ с і $\Delta\omega_{DW} \rightarrow 0$ при $t \gg t^* = 3 \cdot 10^3$ с.

В центрі СЕ плівки ($z \rightarrow 0$), як це безпосередньо впливає із формул (61), (63), (64), величина «зсуву» частоти власних коливань доменної стінки $\Delta\omega_{DW} \rightarrow 0$. Крім того, з формул (61), (63), (64) видно, що $\Delta\omega_{DW} \rightarrow 0$ й при $h \rightarrow \infty$.

8. ВИСНОВКИ

Вивчено вплив поля деполіаризації, обумовленого поверхнею плівки СЕ, що містить ДС, на поведінку вектора поляризації в ДС. Встановлено, що дія цього поля призводить до появи нормальної до площини

стілки компоненти вектора поляризації ДС, величина якої максимальна поблизу поверхні плівки. Визначено, що поле деполяризації плівки зменшує величину поляризації домени та змінює ширину ДС, збільшуючи її значення в приповерхневому шарі плівки.

Встановлено, що вплив поверхні плівки обумовлює «зсув» частоти власних коливань стінки, величина якого максимальна в приповерхневому шарі плівки, і для нанорозмірних плівок BaTiO₃ в центрі ДС складає $\sim 10^2$ МГц.

Доведено, що модель пласкої ДС має місце лише для SE плівок, які характеризуються електропровідністю. Визначено, що провідність плівки зменшує величину «зсуву» частоти власних коливань ДС, спричиненого неоднорідним розподілом поляризації по товщині плівки.

Експериментальна реалізація одержаних результатів (напр. за допомогою електрооптичних, Рентгенових та НВЧ методик) може слугувати базою для розроблення нових метод діагностики тонких SE плівок, з метою визначення їх поляризації, товщини, діелектричних сталих, питомої провідності тощо.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. W. J. Merz, *Phys. Rev.*, **88**, No. 2: 421 (1952).
2. T. Mitsui and J. Furuichi, *Phys. Rev.*, **90**, No. 2: 193 (1953).
3. W. J. Merz, *Phys. Rev.*, **95**, No. 3: 690 (1954).
4. E. A. Little, *Phys. Rev.*, **98**, No. 4: 978 (1955).
5. В. А. Жирнов, *ЖЭТФ*, **35**, № 5(11): 1175 (1958).
6. Ф. Иона, Д. Ширане, *Сегнетоэлектрические кристаллы* (Москва: Мир: 1965).
7. Г. А. Смоленский, Н. Н. Крайник, *Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики* (Москва: Наука: 1968).
8. А. С. Сонин, Б. А. Струков, *Введение в сегнетоэлектричество* (Москва: Высшая школа: 1970).
9. Б. А. Струков, *Сегнетоэлектричество* (Москва: Наука: 1979).
10. Г. А. Смоленский, В. А. Боков, В. А. Исупов и др., *Физика сегнетоэлектрических явлений* (Ленинград: Наука: 1985).
11. M. D. Glinchuk, E. A. Eliseev, and A. N. Morozovskaya, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **1**, № 2: 329 (2003).
12. Б. М. Даринский, А. С. Сидоркин, *ФТТ*, **26**, № 11: 3410 (1984).
13. А. С. Сидоркин, Б. М. Даринский, Г. Н. Пачевская, *Известия АН СССР. Сер. физ.*, **51**, № 2: 389 (1987).
14. И. Л. Батаронов, А. Т. Косилов, А. М. Рощупкин, *Известия АН СССР. Сер. физ.*, **51**, № 2: 393 (1987).
15. P. Bastie, J. Bornarel, and J. F. Legrand, *Ferroelectrics*, **13**: 455 (1976).
16. K. Suzuki, *Sol. State Communs*, **11**, No. 8: 937 (1972).
17. R. Landauer, *J. Appl. Phys.*, **28**, No. 2: 227 (1957).
18. В. В. Леманов, В. К. Ярмаркин, *ФТТ*, **38**, № 8: 2484 (1996).
19. J. F. Scott, *Ferroelectrics*, **182**, No. 1: 51 (1996).

20. A. M. Bratkovsky and A. P. Levanyuk, *Phys. Rev. Lett.*, **85**, No. 21: 4614 (2000).
21. Е. В. Ченский, В. В. Тарасенко, *ЖЭТФ*, **83**, № 3(9): 1089 (1983).
22. В. М. Darinskii, A. P. Lazarev, and A. S. Sidorkin, *Ferroelectrics*, **98**: 241 (1989).
23. А. С. Сидоркин, Б. М. Даринский, А. С. Сигов, *ФТТ*, **39**, № 5: 922 (1997).
24. W. Cao and G.R. Barsch, *Phys. Rev. B*, **41**, No. 7: 4343 (1990).
25. Д. Г. Санников, *ЖЭТФ*, **41**, № 1(17): 133 (1961).
26. M. A. Colins, A. Blumen, J. F. Currie, and J. Ross, *Phys. Rev B*, **19**, No. 7: 3630 (1979).
27. J. Fousek and V. Janousek, *Phys. Stat. Sol.*, **13**, No. 1: 195 (1966).
28. Б. Д. Лайхтман, *ФТТ*, **15**, № 1: 93 (1973).
29. В. Н. Федосов, А. С. Сидоркин, *ФТТ*, **18**, № 6: 1661 (1976).
30. Б. М. Даринский, А. С. Сидоркин, *ФТТ*, **29**, № 1: 3 (1987).
31. М. Лайнс, А. Глас, *Сегнетоэлектрики и родственные им материалы* (Москва: Мир: 1981).
32. В. Н. Нечаев, А. М. Рощупкин, *ФТТ*, **30**, № 6: 1908 (1988).
33. J. A. Krumhansl and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev. B*, **11**, No. 9: 3535 (1975).
34. G. Arlt and H. Dederichs, *Ferroelectrics*, **29**: 47 (1980).
35. G. Arlt, H. Dederichs, and R. Herbiet, *Ferroelectrics*, **74**: 37 (1987).
36. G. Arlt and N. A. Pertsev, *J. Appl. Phys.*, **70**, No. 4: 2283 (1991).
37. А. С. Сидоркин, Л. П. Несторенко, *ФТТ*, **37**, № 12: 3747 (1995).
38. M. Omura, H. Adachi, and Y. Ishibashi, *Jap. J. Appl. Phys.*, **30**, No. 9(B): 2381 (1991).
39. R. C. Smith, C. L. Hom, *SPIE Conference Mathematics and Control in Smart Structures (March 1-4, 1999, Newport Beach, CA)*.
40. K. Nakamura and H. Shimizu, *Ferroelectrics*, **93**: 211 (1989).
41. G. Arlt, *Ferroelectrics*, **76**: 451 (1987).
42. G. Arlt, *Ferroelectrics*, **91**: 3 (1989).
43. W. L. Warren, D. Dimos, B.A. Tuttle et al., *Appl. Phys. Lett.*, **65**, No. 8: 1018 (1994).
44. W. L. Warren, D. Dimos, B. A. Tuttle et al., *J. Appl. Phys.*, **77**, No. 12: 6695 (1995).
45. H. N. Al-Shareef, B. A. Tuttle, W.L. Warren et al., *J. Appl. Phys.*, **79**, No. 2: 1013 (1996).
46. X. Du and I.-W. Chen, *Appl. Phys. Lett.*, **72**, No. 15: 1923 (1998).
47. X. Du and I.-W. Chen, *Appl. Phys. Lett.*, **75**, No. 26: 4186 (1999).
48. А. К. Тагантсев, I. Stolichnov, N. Setter et al., *Phys. Rev. B*, **66**, No. 21: 214109 (2002).
49. D. J. Jung, K. Kim, and J. F. Scot, *J. Phys. Condens. Matt.*, **17**: 4843 (2005).
50. А. П. Шпак, А. Б. Шевченко, *Металлофиз. новейшие технол.*, **21**, № 4: 15 (1999).
51. V. M. Ishchuk, A. P. Shpak, and A. B. Shevchenko, *Functional Materials*, **10**, No. 1: 17 (2003).
52. А. П. Шпак, А. Б. Шевченко, Ю. А. Куницкий, *Наносистемы, наноматериали, нанотехнології*, **4**, № 1: 237 (2006).
53. А. Б. Шевченко, *Квантові та структурнорозмірні ефекти в сегнетоелектричних і ферромагнітних наносистемах* (Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня д-ра фіз.-мат. наук) (Київ: ІМФ НАНУ: 2009).
54. А. П. Шпак, А. Б. Шевченко, Ю. А. Куницкий, *Наносистемы, наноматериали, нанотехнології*, **3**, № 3: 3434 (2005).
55. M. E. Caspari and W. J. Merz, *Phys. Rev.*, **80**, No. 6: 1082 (1950).
56. A. F. Devonshire, *Advan. Phys.*, **3**, No. 10: 85 (1954).

57. А. Хуберт, *Теория доменных стенок в упорядоченных средах* (Москва: Мир: 1977).
58. В. С. Владимиров, *Уравнения математической физики* (Москва: Наука: 1981).
59. И. Е. Тамм, *Основы теории электричества* (Москва: Наука: 1989).
60. Г. Е. Ходенков, *ФММ*, **58**, № 1: 37 (1984).
61. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны* (Москва: Наука: 1967).
62. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред* (Москва: Наука: 1982).
63. N. A. Pertsev, A. G. Zembiglotov, and A. K. Tagantsev, *Phys. Rev. Lett.*, **80**, No. 9: 1988 (1998).
64. А. Малоземов, Дж. Слонзуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами* (Москва: Мир: 1982).