*Наносистеми, наноматеріали, нанотехнології*
*Nanosystems, Nanomaterials, Nanotechnologies*
2009, т. 7, № 1, сс. 37–47

© 2009 ІМФ (Інститут металофізики
ім. Г. В. Курдюмова НАН України)
Надруковано в Україні.
Фотокопіювання дозволено
тільки відповідно до ліцензії

PACS numbers: 41.20.Cv, 42.25.-p, 73.20.Mf, 73.21.Ac, 73.22.Lp, 78.67.Bf, 78.67.Pt

# Виникнення додаткових плазмових резонансів у шаруватих малих частинках

Л. Б. Лерман

*Інститут хімії поверхні НАН України,*
*вул. Генерала Наумова, 17,*
*03164 Київ, Україна*

В довгохвильовому наближенні розглянуто задачу виникнення додаткових поверхневих плазмонних резонансів у шаруватих наночастинках еліпсоїдної та кулястої форми під дією електромагнетного випромінення. Детально досліджено випадки двошарових частинок з металевим ядром та металевою оболонкою. Для кулястої частинки із срібним ядром і золотою оболонкою досліджено вплив об'ємної частини ядра на спектри вбирання електромагнетного випромінення в оптичнім діяпазоні.

Within the long-wave approach, the problem of occurrence of additional surface plasmon resonances in layered nanoparticles of the ellipsoidal and spherical shape under electromagnetic irradiation is considered. The cases of two-layer particles with a metal kernel and a metal shell are thoroughly investigated. In an optical range, the influence of kernel bulk fraction on the absorption spectra of electromagnetic radiation is investigated for a spherical particle with a silver kernel and gold shell.

В длинноволновом приближении рассмотрена задача возникновения дополнительных поверхностных плазмонных резонансов в слоистых наночастицах эллипсоидальной и сферической формы под действием электромагнитного излучения. Подробно исследованы случаи двухслойных частиц с металлическим ядром и металлической оболочкой. Для сферической частицы с серебряным ядром и золотой оболочкой исследовано влияние объемной доли ядра на спектры поглощения электромагнитного излучения в оптическом диапазоне.

**Ключові слова:** електростатика, плазмонні резонанси, еліпсоїдні наночастинки, шарові наночастинки.

*(Отримано 23 листопада 2008 р.)*

## 1. ВСТУП

Визначення поляризовности частинок шаруватої будови дозволяє теоретично досліджувати взаємодію електромагнетних хвиль з такими частинками і визначати потрібні характеристики розсіяння і вбирання. Розв'язання цієї задачі складається з розгляду деякої задачі електростатики [1]. Гладкою частинкою найбільш загального вигляду — без ребер і зломів є еліпсоїд з довільними значеннями півосей, що дозволяє в рамках єдиного моделю описувати і кулі, і пласкі, і лінійні частинки. Ця задача розглядалася багатьма авторами, і замкнені формули для обчислення поляризовности суцільного еліпсоїда і еліпсоїда з покриттям (двошаровий еліпсоїд) добре відомі [1], але задача для багатошарового еліпсоїда значно ускладнюється. В [2–6] було запропоновано один з можливих підходів до визначення поляризовности еліпсоїдних частинок з довільним числом шарів, а зокрема кулі [3, 6] з діелектрично анізотропними шарами із застосуванням так званих трансляційних матриць, які дозволяють переносити граничні умови з шару на шар. В роботі [4] досягнуто добре узгодження розрахункових спектрів ослаблення світла у водяних суспензіях наночастинок срібла з оболонкою з оксиду срібла з даними експериментальних досліджень.

В цій роботі на основі загальних співвідношень, одержаних раніш [2–6], докладно розглянуто випадок двошарових частинок з металевим ядром та металевою оболонкою, так звані біметалеві частинки. Проаналізовано можливість виникнення додаткових поверхневих плазмонів. Для шаруватої частинки із срібним ядром і золотою оболонкою досліджено вплив об'ємної частини ядра на спектри вбирання електромагнетного випромінення в оптичному діяпазоні.

## 2. ОСНОВНІ РОЗРАХУНКОВІ СПІВВІДНОШЕННЯ

Повний розв'язок задачі електростатики для еліпсоїдних і сферичних шаруватих частинок із застосуванням трансляційних матриць було одержано раніш в роботах [2, 5, 6]. Наведемо основні результати цих досліджень. Отже, розглянемо багатошарову частинку, яка складається із довільного числа конфокальних еліпсоїдів (рис. 1) з комплексними діелектричними проникностями шарів $\varepsilon_j$ ($j = 1, 2, \ldots, n$). Головні півосі еліпсоїдів позначимо через $a_j$, $b_j$, $c_j$. Вважається, що еліпсоїд знаходиться в зовнішньому електростатичному полі з напруженістю $\mathbf{E}_0$.

Згідно з [1], розв'язки будуються окремо для випадків, коли напрямок вектора напружености співпадає з напрямками головних осей еліпсоїда $x$, $y$, $z$. Тоді, наприклад, поляризовність $\alpha_3$ шаруватого еліпсоїда у напрямі прикладеного зовнішнього поля, що діє у напрямі однієї з головних осей еліпсоїда (індекси 1, 2, 3), визначається за формулою [5]:

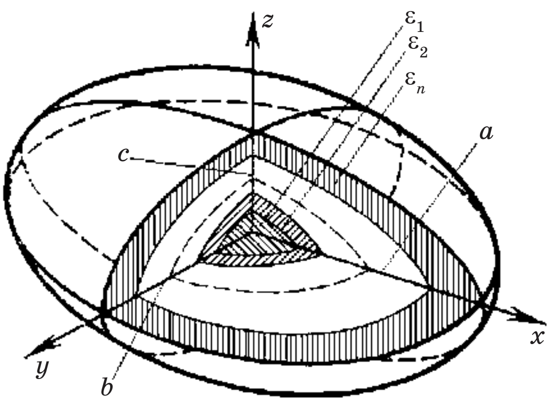


**Рис. 1.** Багатошарова частинка у вигляді конфокальних еліпсоїдів.

$$\alpha_3 = \frac{4\pi a_n b_n c_n}{3} \frac{(\varepsilon_n - \varepsilon_m)(a_n b_n c_n) t_{11} + 2(\varepsilon_n - \varepsilon_m)(L_3^{(n)} - \varepsilon_n) t_{21}}{[(\varepsilon_n - \varepsilon_m) L_3^{(n)} + \varepsilon_m](a_n b_n c_n) t_{11} + 2(\varepsilon_n - \varepsilon_m) L_3^{(n)} (L_3^{(n)} - 1) t_{21}}, \quad (1)$$

де $t_{11}$, $t_{21}$ — елементи трансляційної матриці $T_n(\xi_n, \xi_1)$ при переході від 1-го до $n$-го шару ($\tau_j$ — координати границь поділу еліпсоїдів вздовж осі $z$). Трансляційна матриця визначається виразом

$$T_n(\xi_n, \xi_1) = \prod_{j=1}^{n-1} T_{n-j} \,. \quad (2)$$

При цьому матриці $T_j$ при переході $j$-ої межі поділу визначаються співвідношенням

$$T_j = \begin{bmatrix} 1 + L_3^{(j)}(\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_{j+1}} - 1) & L_3^{(j)}(1 - L_3^{(j)})(1 - \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_{j+1}}) \\ \frac{\nu_j}{\nu_{j+1}}(1 - \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_{j+1}}) & \frac{\nu_j}{\nu_{j+1}}\left[1 + L_3^{(j)}(1 - \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_{j+1}})\right] \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де використано геометричні фактори (фактори деполяризації) еліпсоїдів [1]

$$L_3^{(j)} = \frac{a_j b_j c_j}{2} \int_0^\infty \frac{dq}{(c_j^2 + q) f_j(q)}, \quad f_j(q) = \sqrt{(a_j^2 + q)(b_j^2 + q)(c_j^2 + q)} \,. \quad (4)$$

Якщо $n = 1$, то формула (1) переходить у відому формулу для поляризовности суцільного еліпсоїда [1], а для двошарового еліпсоїда (еліпсоїда в оболонці) слід прийняти $n = 2$, і після деяких перетворень матимемо:

$$\alpha_3 = V\frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_m)[\varepsilon_2+(\varepsilon_1-\varepsilon_2)(L_3^{(1)}-\nu L_3^{(2)})]+\nu\varepsilon_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2)}{[\varepsilon_2+(\varepsilon_1-\varepsilon_2)(L_3^{(1)}-\nu L_3^{(1)})][\varepsilon_m+(\varepsilon_2-\varepsilon_m)L_3^{(2)}]+\nu L_3^{(2)}\varepsilon_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2)}, \quad (5)$$

де $V$ — об'єм еліпсоїда; $\nu$ — частина повного об'єму, який займає внутрішній еліпсоїд (ядро частинки). Формула (5) збігається з результатами, наведеними в [1].

Аналогічні вирази матимуть місце і для поляризовности $\alpha_1$ і $\alpha_2$ в напрямках $x, y$ інших головних осей відповідно. Для цього досить замінити індекси у всіх розрахункових формулах для геометричних факторів, тобто замість $L_3^{(j)}$ використовувати формули

$$L_1^{(j)} = \frac{a_j b_j c_j}{2}\int_0^\infty \frac{dq}{(a_j^2+q)f_j(q)} \text{ і } L_2^{(j)} = \frac{a_j b_j c_j}{2}\int_0^\infty \frac{dq}{(b_j^2+q)f_j(q)}. \quad (6)$$

Зауважимо, що завжди $L_1^{(j)}+L_2^{(j)}+L_3^{(j)}=1$ і $L_k^{(j)}<1$. Із загальних формул для еліпсоїда можна одержати розрахункові формули для багатошарової кулі, якщо покласти $L_1^{(j)}=L_2^{(j)}=L_3^{(j)}=1/3$, але зручніше використовувати безпосередньо розв'язок задачі електростатики для багатошарової кулі [6].

При вивченні світлорозсіяння на малих металевих частинках треба враховувати, що діелектричні проникності шарів залежать від частоти щ (довжини хвилі л), тобто $\varepsilon_j=\varepsilon_j(\lambda)=\varepsilon_j(\omega)$. Тоді корені рівняння

$$\Delta_f = \left\{[(\varepsilon_n-\varepsilon_m)L_3^{(n)}+\varepsilon_m](a_n b_n c_n)t_{11}+2(\varepsilon_n-\varepsilon_m)L_3^{(n)}(L_3^{(n)}-1)t_{21}\right\}=0 \quad (10)$$

будуть визначати частоти поверхневих мод, тобто максимуми вбирання і світлорозсіяння. Для еліпсоїда загального вигляду в оболонці після підставляння елементів трансляційної матриці для двошарового еліпсоїда будемо мати три незалежних рівняння вигляду

$$\begin{gathered}[\varepsilon_2+(\varepsilon_1-\varepsilon_2)(L_k^{(1)}-\nu L_k^{(2)})]\times \\ \times[\varepsilon_m+(\varepsilon_2-\varepsilon_m)L_k^{(2)}]+\nu L_k^{(2)}\varepsilon_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2)=0 \ (k=1,2,3).\end{gathered} \quad (11)$$

Для кулястої частинки в оболонці всі три рівняння (11) співпадають і приймають більш простий вигляд

$$(\varepsilon_2+2\varepsilon_m)(\varepsilon_1+2\varepsilon_2)+2\nu(\varepsilon_2-\varepsilon_m)(\varepsilon_1-\varepsilon_2)=0. \quad (12)$$

Отже задача полягає в знаходженні дійсних коренів нелінійних рівнянь з комплексними коефіцієнтами. Аналітичне дослідження цих рівнянь практично неможливе за випадком суцільного еліпсоїда, яке виконано в [5], та еліпсоїда в оболонці; тому його доводиться розв'язувати чисельно.

В цій роботі ми детально дослідимо останній випадок.

## 3. ПОВЕРХНЕВІ ПЛАЗМОНИ В ЕЛІПСОЇДІ І КУЛІ З ОБОЛОНКОЮ

Запишемо рівняння (11) у вигляді квадратного рівняння відносно діелектричної проникности оболонки $\varepsilon_2$:

$$\varepsilon_2^2 + 2p_k\varepsilon_2 + q_k = 0 \quad (k = 1, 2, 3), \tag{13}$$

де коефіцієнти рівняння $p_k$, $q_k$ визначаються за формулами

$$p_k = \frac{\beta_k(\alpha_k + \nu)\varepsilon_1 + (1-\alpha_k)(1-\beta_k)\varepsilon_m}{2\beta_k(1-\alpha_k-\nu)}, \quad q_k = \frac{\alpha_k(1-\beta_k)}{\beta_k(1-\alpha_k-\nu)}\varepsilon_1\varepsilon_m, \tag{14}$$

і для скорочення запису введено параметри $\alpha_k = L_k^{(1)} - \nu L_k^{(2)}$, $\beta_k = L_k^{(2)}$.

Корені рівняння (13) $\zeta_1$, $\zeta_2$ визначаться формулами:

$$\xi_{1,2}^{(k)} = -p_k \pm \sqrt{p_k^2 - q_k}\,. \tag{15}$$

У випадку двошарової кулі (рівняння (12)) вирази (14) спрощуються і набувають вигляд:

$$p_k = p = \frac{(1+2\nu)\varepsilon_1 + 2(2+\nu)\varepsilon_m}{4(1-\nu)}, \quad q_k = q = \varepsilon_1\varepsilon_m, \tag{16}$$

а для визначення коренів лишається вираз (11).

Можливі три випадки будови частинок з оболонкою. В першому випадку маємо металеве ядро і діелектричну оболонку. Прямі розрахунки оптичних спектрів таких частинок, наприклад, для наночастинок срібла з оболонкою з оксиду срібла [4, 7] показують, що при цьому виникає лише одна плазмова частота за рахунок металевого ядра. Вплив діелектричної оболонки виявляється у зсуві плазмонної частоти, і цей зсув залежить від товщини оболонки.

В другому випадку для діелектричного ядра і металевої оболонки в спектрах спостерігається два максимуми вбирання, наприклад, ядро з сірчаного золота або кремнію і золота оболонка [8, 9].

Нарешті, в третьому випадку і ядро і оболонка вважаються металевими (біметалеві частинки). Цей випадок останнім часом викликає велику увагу у зв'язку з розробленням технології створення наночастинок із золотим ядром і срібною оболонкою.

Дослідження показують, що в останніх двох випадках виникають дві плазмонні частоти. Розглянемо докладніше біметалеву частинку.

В цьому випадку матимемо рівняння (13) другого степеня відносно $\varepsilon_2$ з комплексними коефіцієнтами. Для аналізи рівняння покладемо:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1' + i\varepsilon_1'', \;\; \varepsilon_2 = \varepsilon_2' + i\varepsilon_2'', \;\; p_k = p_k' + ip_k'', \;\; q_k = q_k' + iq_k'',$$

де у випадку еліпсоїда

$$p_k' = \frac{\beta_k(\alpha_k+\nu)}{2\beta_k(1-\alpha_k-\nu)}\varepsilon_1' + \frac{(1-\alpha_k)(1-\beta_k)}{2\beta_k(1-\alpha_k-\nu)}\varepsilon_m,\ p_k'' = \frac{\beta_k(\alpha_k+\nu)}{2\beta_k(1-\alpha_k-\nu)}\varepsilon_1'', \quad (17)$$

$$q_k' = \frac{\alpha_k(1-\beta_k)}{\beta_k(1-\alpha_k-\nu)}\varepsilon_m\varepsilon_1',\ q_k'' = \frac{\alpha_k(1-\beta_k)}{\beta_k(1-\alpha_k-\nu)}\varepsilon_m\varepsilon_1''. \quad (18)$$

Підставляємо ці вирази до рівнання (13) і, відокремлюючи дійсну та уявну частини, одержуємо наступну систему рівнань $(k = 1, 2, 3)$:

$$(\varepsilon_2')^2 + 2p_k'\varepsilon_2' + q_k' - \varepsilon_2''(1 + 2p_k''\varepsilon'')_2 = 0,\ 2\varepsilon_2'\varepsilon_2'' + 2(p_k''\varepsilon_2' + p_k'\varepsilon_2'') = 0. \quad (19)$$

Якщо знехтувати втратами, то друге рівнання задовольняється тотожньо, а перше набуває вигляд

$$(\varepsilon_2')^2 + 2p_k'\varepsilon_2' + q_k' = 0. \quad (20)$$

Формально рівнання (29) не відрізняється від рівнання для випадку, коли ядро — це ідеальний діелектрик, а оболонка — метал. Суттєва відміна полягає в тому, що цього разу коефіцієнти рівнання залежать від частоти, тобто $p_k' = p_k'(\omega)$, $q_k' = q_k'(\omega)$, і це суттєво ускладнює його аналізу. Для скорочення запису введемо додаткові позначення:

$$p_k' = c_1\varepsilon_1' + c_2\varepsilon_m,\ p_k'' = c_3\varepsilon_1'',\ q_k' = c_4\varepsilon_1',\ q_k'' = c_4\varepsilon_1'', \quad (21)$$

де

$$c_1 = \frac{\beta_k(\alpha_k+\nu)}{2\beta_k(1-\alpha_k-\nu)},\ c_2 = \frac{(1-\alpha_k)(1-\beta_k)}{2\beta_k(1-\alpha_k-\nu)},$$

$$c_3 = \frac{\beta_k(\alpha_k+\nu)}{2\beta_k(1-\alpha_k-\nu)}\sqrt{a^2+b^2},\ c_4 = \frac{\alpha_k(1-\beta_k)}{\beta_k(1-\alpha_k-\nu)}\varepsilon_m.$$

Приймемо, що діелектрична проникність обох металів описується модельом Друде:

$$\varepsilon_j(\omega) = \varepsilon_{j,\infty} - \frac{\omega_{pj}^2}{\omega(\omega+i\gamma_j)} = \varepsilon_{j,\infty} - \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2+\gamma_j^2} + i\frac{\omega_{pj}^2\gamma_j}{\omega(\omega^2+\gamma_j^2)}\quad (j = 1, 2), \quad (22)$$

де $\omega = 2\pi c/\lambda$ — частота; $c$ — швидкість світла; $\varepsilon_{i\infty}$ — граничні значення діелектричної проникности, коли $\omega \to \infty$, $\omega_{pi}$ — плазмонні частоти; $\gamma_i$ — частоти вбирання.

Тоді для дійсних частин діелектричних функцій ядра і оболонки при $\gamma_1 \to 0$, $\gamma_2 \to 0$ будемо мати:

$$\varepsilon_1'(\omega) \approx \varepsilon_{1,\infty} - \omega_{p1}^2 / \omega^2, \ \varepsilon_2'(\omega) \approx \varepsilon_{2,\infty} - \omega_{p2}^2 / \omega^2. \qquad (23)$$

Введемо нову змінну $z = \varepsilon_{2,\infty} - \omega_{p2}^2 / \omega^2$ і позначимо відношення плазмових частот через $\xi = \omega_{p1}^2 / \omega_{p2}^2$. Тоді квадратне рівняння для визначення нової невідомої при $\varepsilon_1'(\omega) = \varepsilon_{1,\infty} - \xi(\varepsilon_{2,\infty} + z)$ набуває вигляду

$$\left(1 + 2c_1 \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{p2}^2}\right) z^2 + 2\left[c_1\left(\varepsilon_{1,\infty} - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{p2}^2}\varepsilon_{2,\infty}\right) + c_2\varepsilon_m + \frac{1}{2}\frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{p2}^2} c_4\right] z + \\ + \left(\varepsilon_{1,\infty} - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{p2}^2}\varepsilon_{2,\infty}\right) c_4 = 0. \qquad (24)$$

Позначимо корені рівняння (24) через $z_{1,2}$. Тоді для існування резонансних частот вони повинні бути дійсними і задовольняти нерівності $z_{1,2} < \varepsilon_{2,\infty}$. Самі резонансні частоти при цьому визначатимуться за формулами

$$\omega_{r1}^{(k)} = \omega_{p2} / \sqrt{\varepsilon_{2,\infty} - z_1^{(k)}}, \ \omega_{r2}^{(k)} = \omega_{p2} / \sqrt{\varepsilon_{2,\infty} - z_2^{(k)}} \quad (k = 1, 2, 3). \qquad (25)$$

Для кулі будемо мати:

$$c_1 = \frac{1 + 2\nu}{4(1 - \nu)}, \ c_2 = \frac{2 + \nu}{2(1 - \nu)}, \ c_4 = \varepsilon_m,$$

і рівняння (24) набуває вигляду:

$$\left(1 + \frac{1 + 2\nu}{2(1 - \nu)}\frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{p2}^2}\right) z^2 + \\ 2\left[\frac{1 + 2\nu}{4(1 - \nu)}\left(\varepsilon_{1,\infty} - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{p2}^2}\varepsilon_{2,\infty}\right) + \frac{2 + \nu}{2(1 - \nu)}\varepsilon_m + \frac{\omega_{p1}^2}{2\omega_{p2}^2}\varepsilon_m\right] z + \\ + \left(\varepsilon_{1,\infty} - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{p2}^2}\varepsilon_{2,\infty}\right)\varepsilon_m = 0. \qquad (26)$$

Коефіцієнти, а тому і розв’язки рівняння (26), залежать від об’ємної частини ядра $v$ і параметрів $\varepsilon_{1,\infty}$, $\varepsilon_{2,\infty}$, $\varepsilon_m$, $\omega_{p1}$, $\omega_{p2}$ матеріялів. Зауважимо, що до рівняння входить тільки відношення квадратів плазмових частот

$$f = \omega_{p1}^2 / \omega_{p2}^2.$$

В деяких випадках плазмові частоти суцільних матеріялів досить близькі, і тоді відношення частот $f \approx 1$ (наприклад, для срібла $\omega_p^{\mathrm{Ar}} = 1{,}46 \cdot 10^{16}$ 1/с, для золота $\omega_p^{\mathrm{Au}} = 1{,}37 \cdot 10^{16}$ 1/с), а відношення частот $\omega_p^{\mathrm{Ar}} / \omega_p^{\mathrm{Au}} = 1{,}066$). Якщо прийняти додатково $\varepsilon_{1,\infty} = \varepsilon_{2,\infty} = 1$, то рівняння (25) матиме один корінь $z \approx 0$, який не залежить від об'ємної частини ядра в частинці. Це означає, що завжди одна з резонансних частот $\omega_{r1} \approx \omega_{p2}$, тобто приблизно дорівнює плазмовій частоті матеріялу оболонки. При цьому оцінку другого кореня можна знайти безпосередньо з рівняння за Віеттовою теоремою:

$$z_2 \approx -\frac{(1+2\nu)\left(1-f\right) + 2(2+\nu)\varepsilon_m + 2f(1-\nu)\varepsilon_m}{2(1-\nu)+(1+2\nu)f}, \qquad (27)$$

і, отже, друга частота залежить від об'ємного наповнення.

Одержані формули проілюструємо на рис. 2 графіками залежности безрозмірних резонансних частот від об'ємного наповнення для кулі із срібним ядром і золотою оболонкою, яку розташуємо у вакуумі. При розрахунках приймалось, що $\varepsilon_{1,\infty} = \varepsilon_{2,\infty} = 1$, але враховувалась ріжниця між плазмонними частотами золота і срібла, тобто $f = 1{,}066$.

З наведених графіків випливає, що, дійсно, одна з резонансних частот майже не залежить від об'ємної частини ядра і співпадає з частотою плазмонної частоти оболонки (в даному випадку золота).

Зауважимо, що при граничних значеннях об'ємного наповнення (при $\nu = 0$ або $\nu = 1$) одна з цих частот не буде мати фізичного змісту.

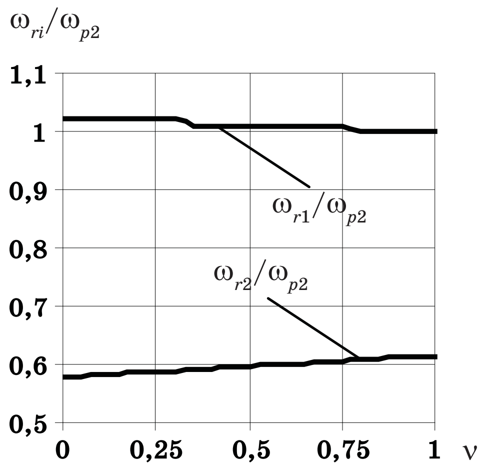


**Рис. 2.** Залежність безрозмірних резонансних частот від об'ємної частини $\nu$ срібного ядра для кулі з золотою оболонкою.

## 4. ВБИРАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНЕТНОГО ВИПРОМІНЕННЯ МАЛОЮ БІМЕТАЛЕВОЮ ЧАСТИНКОЮ

Для малих частинок в електростатичному наближенні ефективність вбирання ЕМВ $Q_{abc}$ визначається уявною частиною поляризовности. Наприклад, згідно з [1], для системи еліпсоїдів, що орієнтовані вздовж вісі $z$, характеристики світлорозсіяння можна обчислити за формулами

$$\langle Q_{abs} \rangle = \frac{k}{3\pi R^2} \operatorname{Im} \alpha_3 , \tag{28}$$

де $k = 2\pi / \lambda$ — хвильове число; $\lambda$ — довжина хвилі; $R$ — радіюс сфери з об'ємом, що дорівнює об'єму зовнішнього еліпсоїда.

Отже, для системи двошарових куль будемо мати формулу:

$$Q_{abs} = \frac{8\pi a}{\lambda} \operatorname{Im} \alpha^* , \tag{29}$$

де $\alpha^*$ обчислюється за формулою (1), у якій слід покласти $L_1 = L_2 = L_3 = 1/3$, а $\alpha^* = \alpha/V$ ($V$ — об'єм частинки).

Наведемо деякі результати розрахунків для біметалевої кулястої частинки із срібним ядром і золотою оболонкою для різних значень розмірів ядра і оболонки. Оскільки вбирання пропорційно уявній частині поляризовности частинки, то спектральні залежності вбирання і поляризовности матимуть екстремуми в тих самих точках. Тому достатньо обмежитись спектральною залежністю ефективности вбирання. Такі залежності від об'ємної частини $\nu$, яку складає срібне ядро в біметалевій частинці, показано на рис. 3. Розрахунки

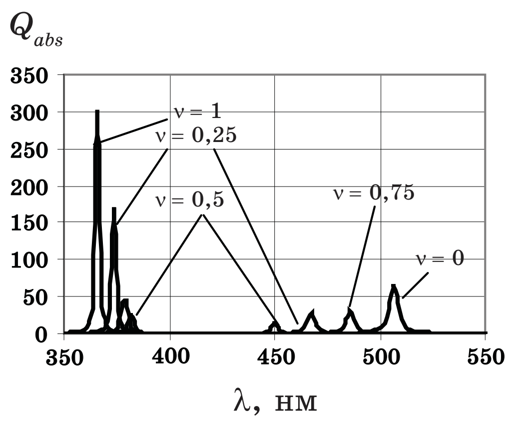


**Рис. 3.** Спектри ефективности вбирання біметалевої кулястої частинки для різних значень об'ємного співвідношення срібного ядра і золотої оболонки.

виконані для частинки із зовнішнім радіюсом 10 нм, який зберігався сталим, а змінювався тільки розмір ядра. Для опису діелектричних функцій ядра і оболонки використано модель Друде із параметрами, вказаними вище, але в розрахунках прийнято, що $\varepsilon_{1,\infty} = 4,5$, $\varepsilon_{2,\infty} = 10$. Вважалося, що частинки розташовані у воді ($\varepsilon_m = 1,77$).

Ці результати підтверджують теоретичні міркування, викладені в розділі 3. З графіків випливає, що початкова довжина хвилі поверхневого плазмону срібного ядра $\lambda_{1p} =$ 366 нм із збільшенням розмірів оболонки розщеплюється на дві і прямує до довжини хвилі поверхневого плазмону суцільної золотої частинки $\lambda_{2p} = 506$ нм.

## 6. ВИСНОВКИ

На підставі проведеного аналітичного дослідження рівнання для визначення резонансних частот еліпсоїдної частинки (в окремому випадку кулі) з оболонкою встановлено, що у частинках з металевим ядром і металевою оболонкою виникають дві резонансні частоти. При цьому якщо плазмонні частоти для суцільних матеріялів близькі між собою, одна з частот поверхневих плазмонів двошарової частинки приблизно збігається з плазмонною частотою матеріялу оболонки.

Результати аналізи підтверджені розрахунками спектрів вбирання в таких частинках. Отже, виникає можливість керування зсувом частот поверхневих плазмонів у потрібному напрямку.

Роботу виконано при частковому фінансуванні договору № 28 в рамках спільного проєкту НАН України и Фонду фундаментальних досліджень РАН.

Автор висловлює щиру подяку професору Л. Г. Гречку за цінні поради, висловлені в процесі роботи над статтею та обговоренні одержаних результатів.

## ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. К. Борен, Д. Хафмен, *Поглощение и рассеяние света маленькими частицами* (Москва: Мир: 1986).
2. Л. Г. Гречко, Л. Б. Лерман, Н. Г. Шкода, *Вісник Київського університету. Сер. фіз.-мат.*, № 1: 386 (2004).
3. Л. Г. Гречко, Л. Б. Лерман, Н. Г. Шкода, *Вісник Київського університету. Сер. фіз.-мат.*, № 3: 376 (2004).
4. Л. Г. Гречко, А. М. Єременко, Г. В. Крилова, Л. Б. Лерман, Н. П. Смірнова, Н. Г. Шкода, *Вісник Київського університету. Сер. фіз.-мат.*, № 4: 450 (2004).
5. Л. Г. Гречко, Л. Б. Лерман, Л. М. Білокриницька, С. В. Шостак, *Вісник Ки-*

*ївського університету. Сер. фіз.-мат.*, № 4: 416 (2006).

6. Л. Г. Гречко, Л. Б. Лерман, Д. Л. Водоп'янов, С. В. Шостак, *Вісник Київського університету. Сер. фіз.-мат.*, № 1: 416 (2007).
7. K. Chatterjee, S. Banerjee, and D. Chakravorty, *Phys. Rev. B*, **66**: 085421-1 (2002).
8. R. D. Averitt, D. Sarkar, and N. J. Halas, *Phys. Rev. Lett.*, **78**, No. 22: 4217 (1997).
9. P. K. Jain, I. H. El-Sayed, and M. A. El. Sayed, *Nanotoday*, **2**, No. 1: 18 (2007).